

# Chapitre 10 : Rotation d'un objet rigide

# I. Position, vitesse et accélération angulaire

- Arc et angle :



arc  $s$

angle  $\theta = \frac{s}{r}$

- Système de coordonnées adapté aux objets rigides !
- Déplacement angulaire :  $\Delta\theta = \theta_f - \theta_i$

• Vitesse angulaire moyenne :  $\bar{\omega} = \frac{\theta_f - \theta_i}{t_f - t_i} = \frac{\Delta\theta}{\Delta t}$

• Vitesse angulaire instantanée :  $\omega = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta\theta}{\Delta t} = \frac{d\theta}{dt}$

• accélération angulaire moyenne :  $\bar{\alpha} = \frac{\Delta\omega}{\Delta t}$

• accélération angulaire instantanée :  $\alpha = \frac{d\omega}{dt}$

- Toutes les parties d'un objet en rotation rigide ont les mêmes vitesses et les mêmes accélérations angulaires.

## 2. MUA

- Cinématique du mouvement circulaire :

$$\omega_f = \omega_i + \alpha t$$

$$\theta_f = \theta_i + \omega_i t + \frac{\alpha t^2}{2}$$

$$\omega_f^2 = \omega_i^2 + 2\alpha(\theta_f - \theta_i)$$

elles sont similaires à celles des mouvements de translation :

$$v_f = v_i + at$$

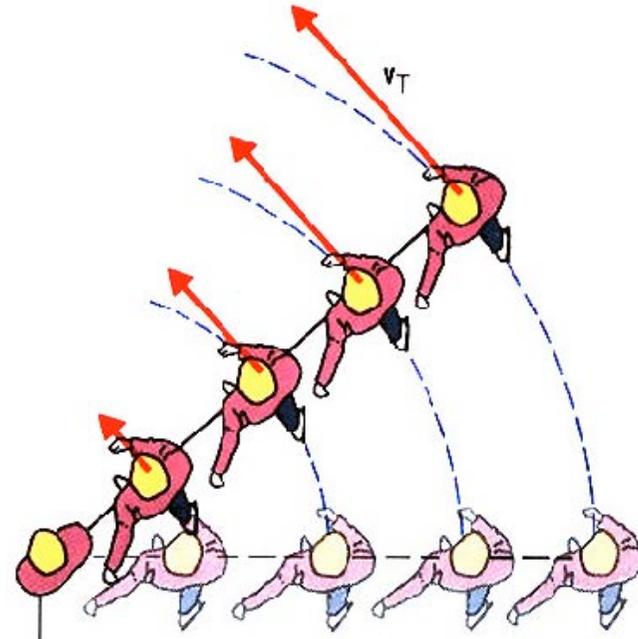
$$x_f = x_i + v_i t + \frac{at^2}{2}$$

$$v_f^2 = v_i^2 + 2a(x_f - x_i)$$

# 3. Vitesses linéaires et angulaires

- Rotation solide :  $v = \frac{ds}{dt} = r \frac{d\theta}{dt} = r\omega$

$$v = r\omega$$

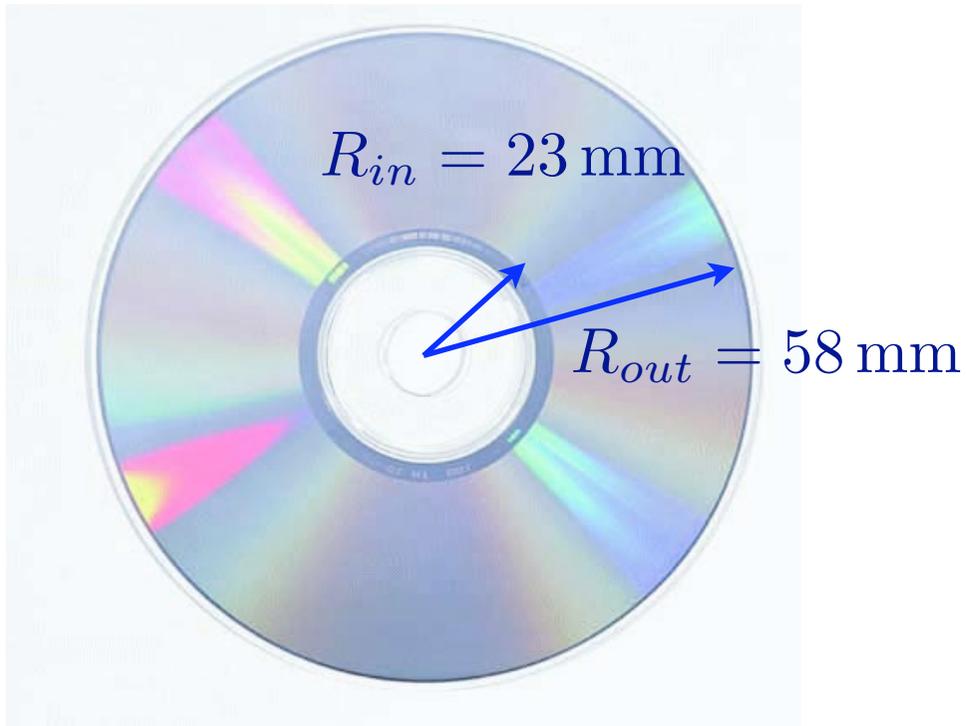


- Accélération :  $a_t = \frac{dv}{dt} = r\alpha$        $a_r = \frac{v^2}{r} = r\omega^2$

$$a = \sqrt{a_r^2 + a_t^2} = r\sqrt{\alpha^2 + \omega^4}$$

- Exemple : lecture d'un CD

typiquement, on a une vitesse de lecture optimale de  $v = 1.3 \text{ m/s}$



$$\omega_{out} = \frac{v}{R_{out}} = 22 \text{ rad/s}$$

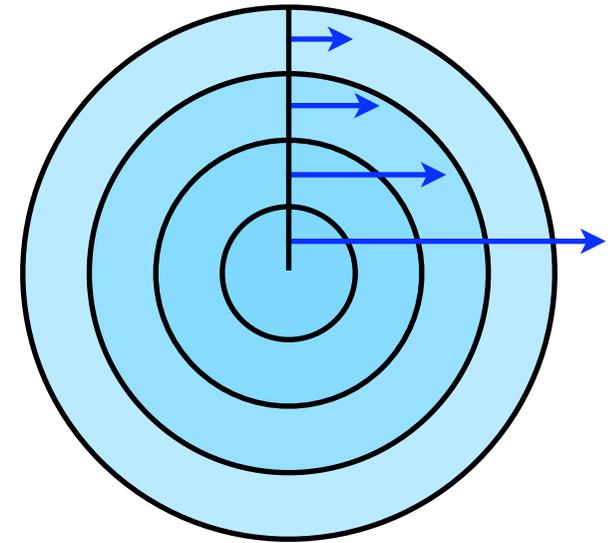
$$\omega_{in} = \frac{v}{R_{in}} = 57 \text{ rad/s}$$

$$T = 74 \text{ min } 33 \text{ s} = 4473 \text{ s}$$

$$x = vT = 5800 \text{ m}$$

$$\alpha = \frac{\omega_{out} - \omega_{in}}{T} = -0.0078 \text{ rad/s}^2$$

- Et la rotation d'un fluide ?



*La vitesse augmente quand on s'approche du coeur !*

**Un fluide est rarement en rotation solide.**

# 4. Energie cinétique de rotation

- Energie cinétique de rotation :



$$K_i = \frac{1}{2} m_i v_i^2$$

$$K_R = \sum K_i = \frac{1}{2} \sum m_i v_i^2$$

$$K_R = \frac{1}{2} \sum m_i r_i^2 \omega^2$$

$$K_R = \frac{1}{2} \left( \sum m_i r_i^2 \right) \omega^2$$

$$K_R = \frac{1}{2} I \omega^2$$

$$I = \sum m_i r_i^2$$

$I$  = moment d'inertie de l'objet rigide

- Calcul du moment d'inertie :

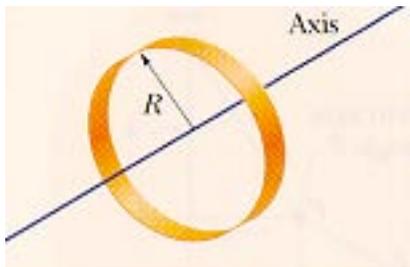
si découpe en éléments équivalents :  $I = \sum \Delta m r_i^2$

$$I = \lim_{\Delta m \rightarrow 0} \sum \Delta m r_i^2 = \int r^2 dm$$

$$I = \int \rho r^2 dV$$

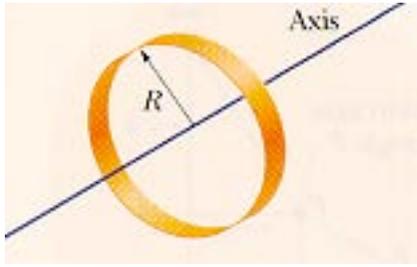
**Attention ! La distance  $r$  est calculée à partir de l'axe de rotation.**

- Moment d'inertie d'un anneau cylindrique de rayon  $R$  :

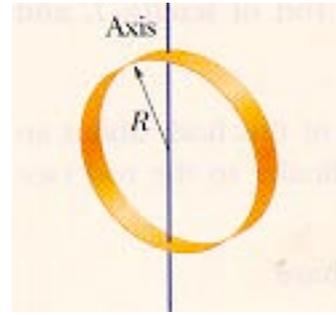


$$I = \int r^2 dm = R^2 \int dm = MR^2$$

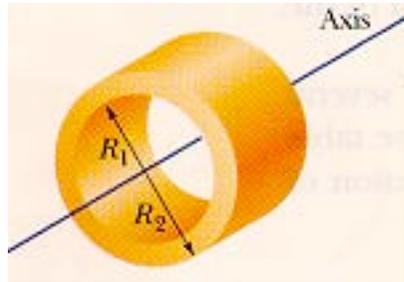
• Moments d'inertie de quelques objets :



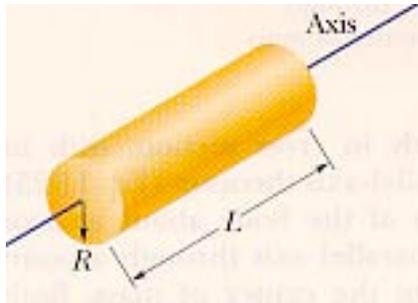
$$I = MR^2$$



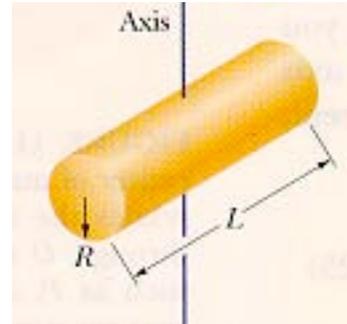
$$I = \frac{1}{2}MR^2$$



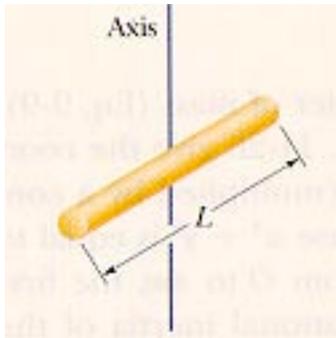
$$I = \frac{1}{2} (MR_1^2 + MR_2^2)$$



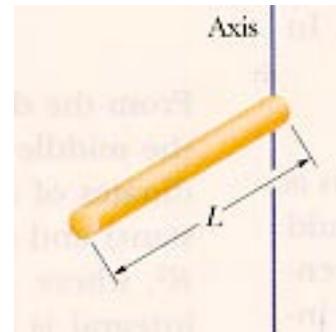
$$I = \frac{1}{2}MR^2$$



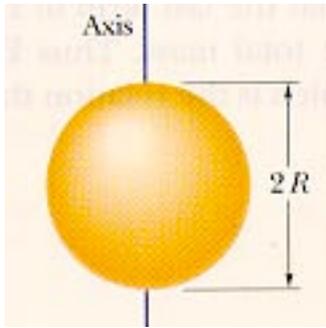
$$I = \frac{1}{4}MR^2 + \frac{1}{12}ML^2$$



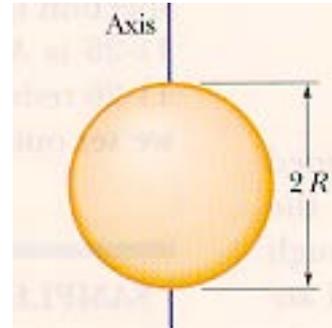
$$I = \frac{1}{12}ML^2$$



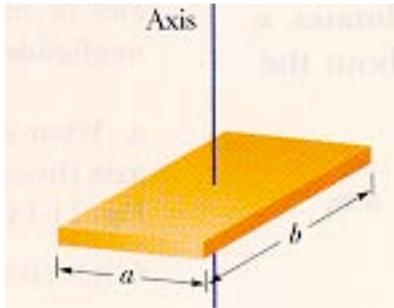
$$I = \frac{1}{3}ML^2$$



$$I = \frac{2}{5}MR^2$$



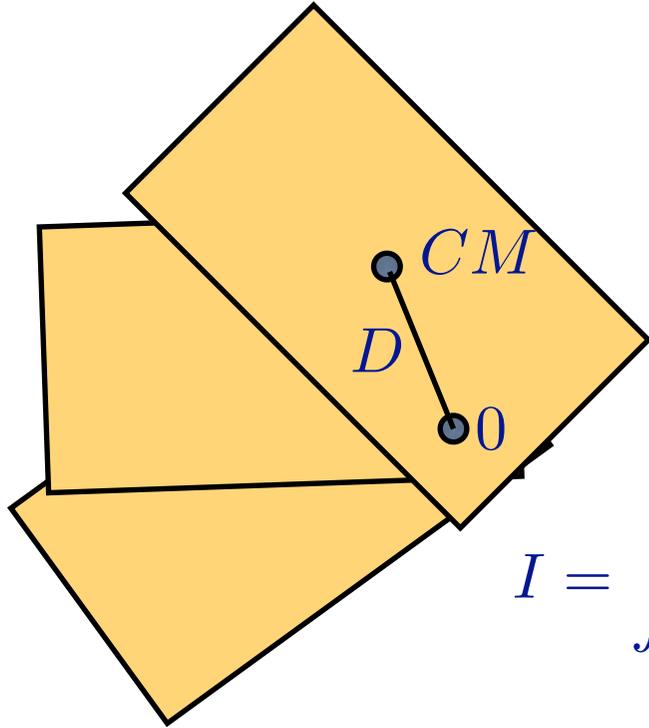
$$I = \frac{2}{3}MR^2$$



$$I = \frac{1}{12}M(a^2 + b^2)$$

Le moment d'inertie dépend de la position de l'axe de rotation.

- Théorème du centre de masse :



$$D = \sqrt{x_{CM}^2 + y_{CM}^2}$$

$$I = \int r^2 dm = \int (x^2 + y^2) dm$$

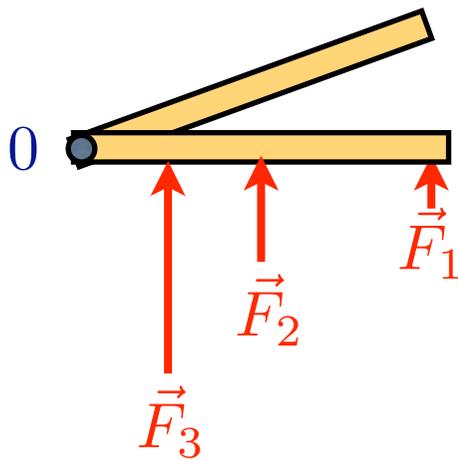
$$I = \int ((x' + x_{CM})^2 + (y' + y_{CM})^2) dm$$

$$I = \int (x'^2 + y'^2) dm + \cancel{2x_{CM} \int x' dm} + \cancel{2y_{CM} \int y' dm} + (x_{CM}^2 + y_{CM}^2) \int dm$$

$$I = I_{CM} + MD^2$$

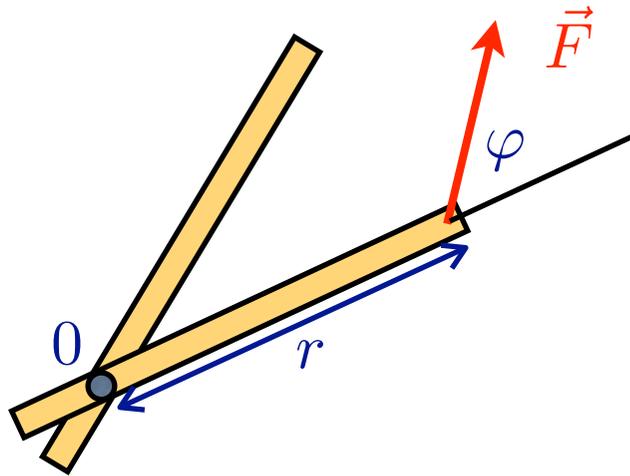
# 5. Torsion

- Exemple : ouvrir une porte



- ne pas passer par l'axe de rotation
- efficace quand le point d'application est loin de 0

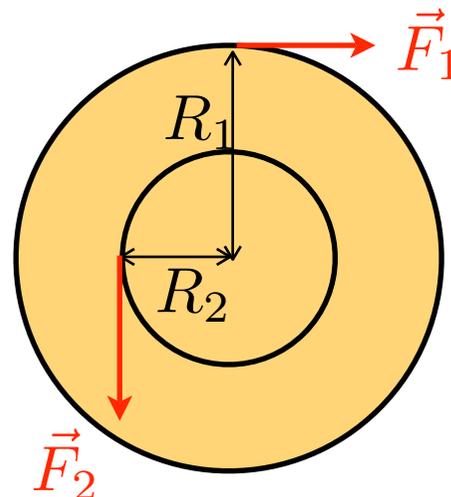
- Définition : torsion



$$\tau = rF \sin \varphi$$

- mesure l'efficacité d'une force à produire un mouvement de rotation
- a la dimension d'un travail (ce n'est pas une force)
- attention au signe !

- Exemple : cylindres

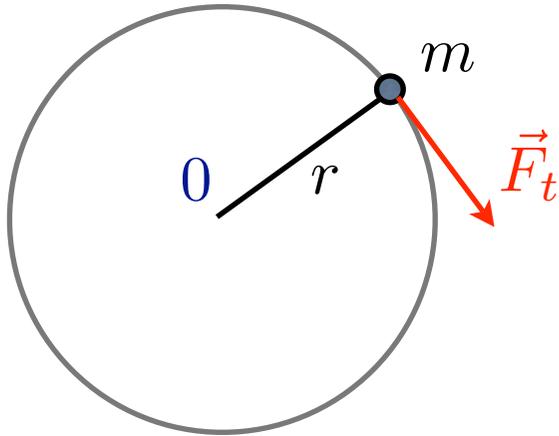


sens horloger

$$\tau = R_1 F_1 - R_2 F_2$$

## 6. Relation torsion - accélération angulaire

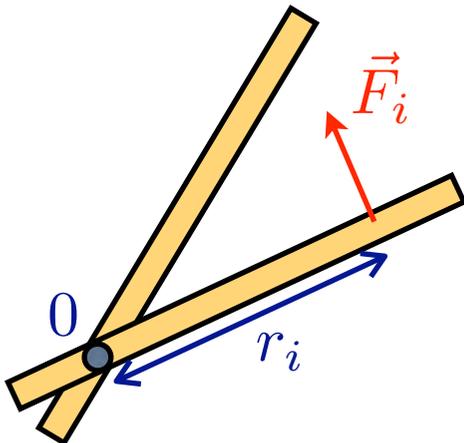
- Une particule sur une orbite circulaire :



$$F_t = ma_t$$

$$\tau = F_t r = (ma_t)r = mr^2 \alpha = I\alpha$$

- Généralisation :



$$\tau = \sum \tau_i = \sum F_i r_i = \sum m_i a_i r_i$$

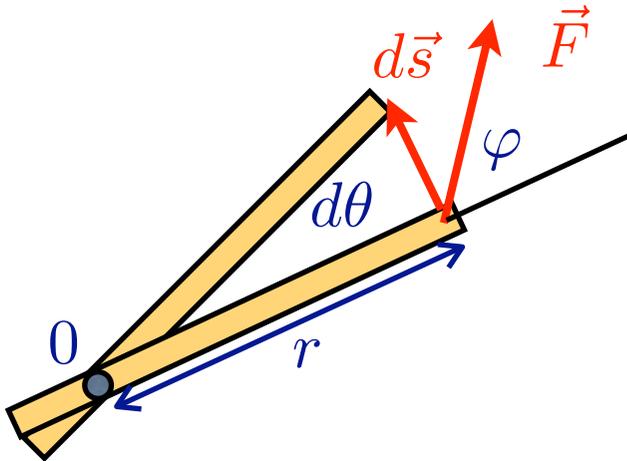
$$\tau = \sum m_i \alpha r_i^2 = \left( \sum m_i r_i^2 \right) \alpha = I\alpha$$

$$\tau = I\alpha$$

= équivalent de la seconde loi de Newton pour les rotations

# 7. Travail et énergie de rotation

- Travail de rotation :



$$dW = \vec{F} \cdot d\vec{s} = (F \sin \varphi) r d\theta$$

$$dW = \tau d\theta$$

$$W = \int_{\theta_i}^{\theta_f} \tau d\theta$$

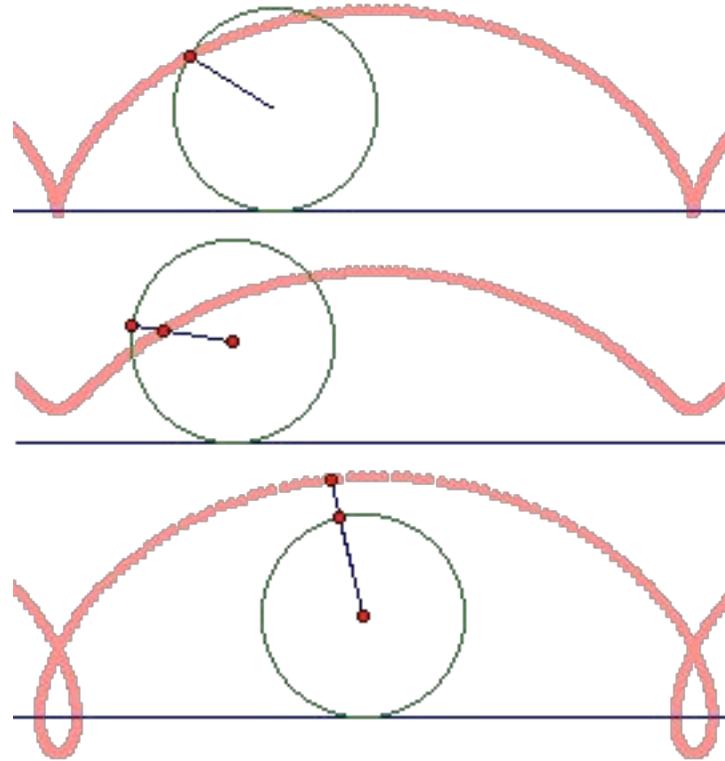
$$P = \frac{dW}{dt} = \tau \frac{d\theta}{dt} = \tau \omega$$

$$dW = \tau d\theta = I \alpha d\theta = I \frac{d\omega}{dt} d\theta = I \omega d\omega$$

$$W = \int_{\omega_i}^{\omega_f} I \omega d\omega = \frac{I \omega_f^2}{2} - \frac{I \omega_i^2}{2}$$

# 8. Roulement

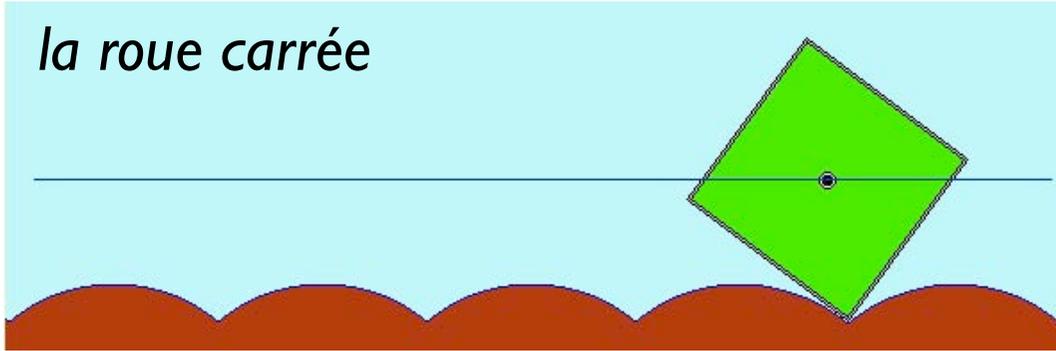
- Témoin sur une roue :



- les trajectoires sont des cycloïdes
- la vitesse du témoin varie

- Cycloïdes ?

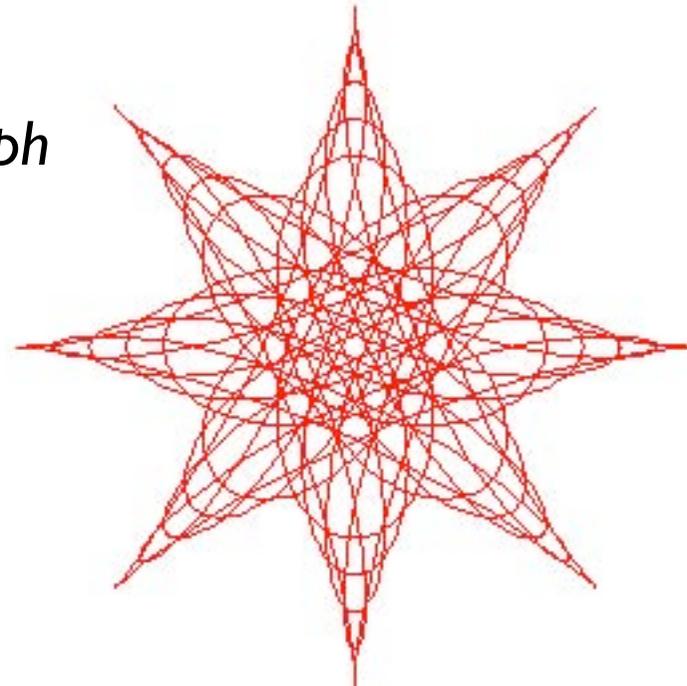
*la roue carrée*



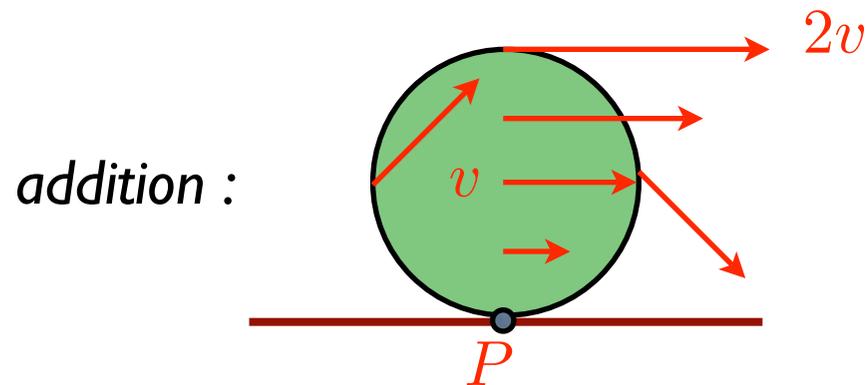
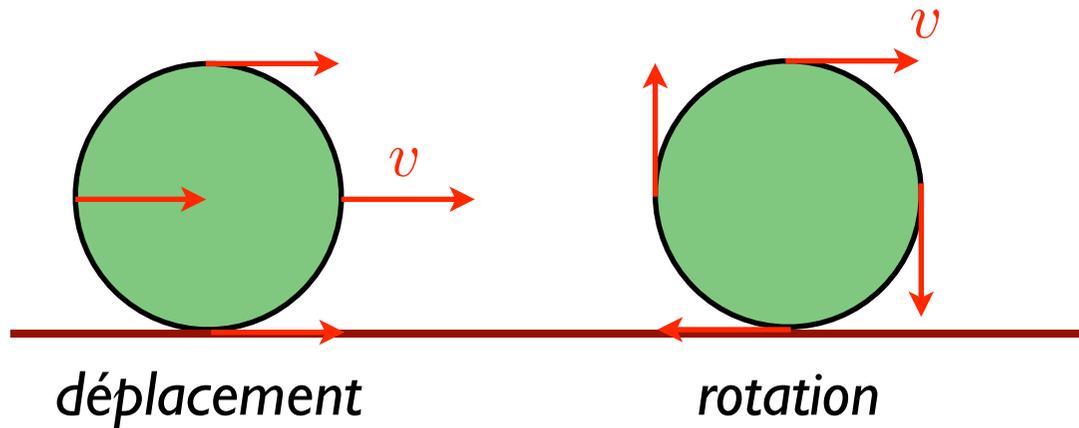
$$x = R(t - \sin t)$$
$$y = R(1 - \cos t)$$



*spirograph*



- Champ de vitesse :



$$v_{CM} = R\omega$$

$$a_{CM} = R \frac{d\omega}{dt} = R\alpha$$

- vitesse nulle en P
- le point de contact **P** est le centre de rotation !
- vitesse **2v** au sommet de la roue (garde boue)

- Point de vue énergétique :

énergie cinétique de rotation totale :  $K = \frac{1}{2}I\omega^2$

théorème du centre de masse :  $I = I_{CM} + MR^2$

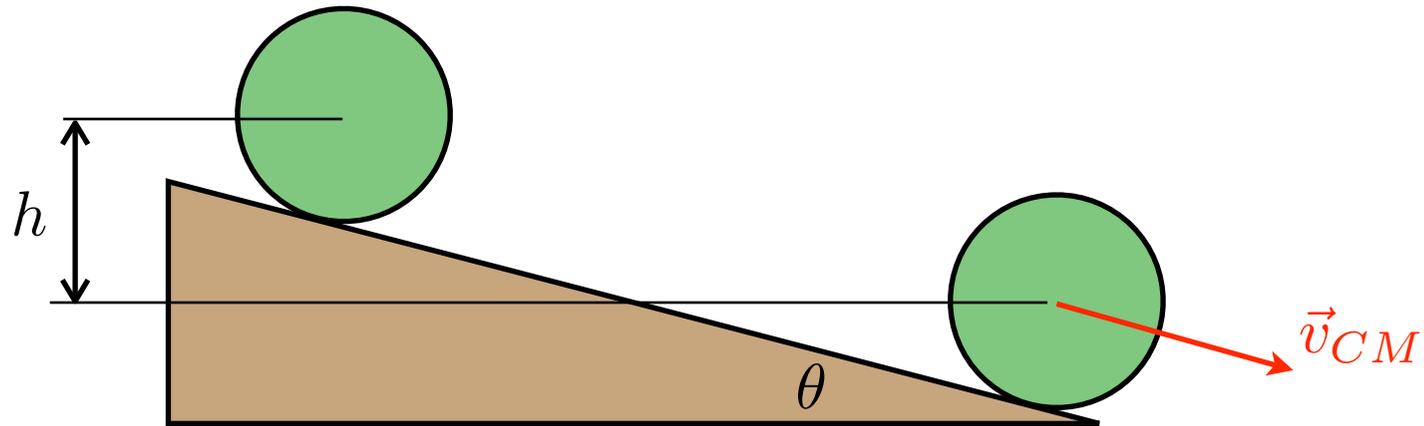
$$K = \frac{1}{2}I_{CM}\omega^2 + \frac{1}{2}MR^2\omega^2$$

$$K = \frac{1}{2}I_{CM}\omega^2 + \frac{1}{2}Mv_{CM}^2$$

L'énergie cinétique de roulement contient  
l'énergie cinétique de translation du CM  
et l'énergie cinétique de rotation autour du CM.

- Le roulement implique une énergie supérieure à celle du glissement.

- Roulement sur plan incliné :



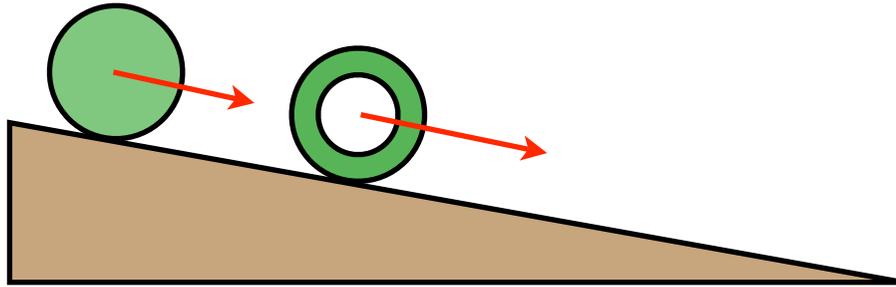
$$K = \frac{1}{2} I_{CM} \omega^2 + \frac{1}{2} M v_{CM}^2$$

$$K = \frac{1}{2} \left( \frac{I_{CM}}{R^2} + M \right) v_{CM}^2$$

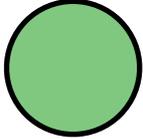
$$K = Mgh \quad \longrightarrow \quad v_{CM} = \sqrt{\frac{2gh}{1 + \frac{I_{CM}}{MR^2}}}$$

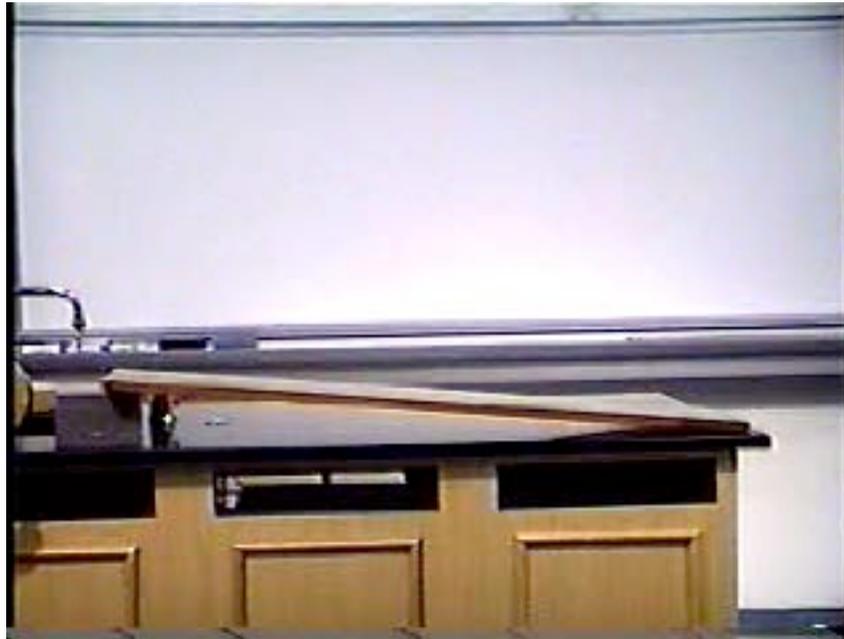
à comparer avec la chute libre :  $v = \sqrt{2gh}$

- Course de cylindres :




$$I = MR^2$$


$$I = \frac{1}{2}MR^2$$



Le cylindre plein gagne la course.



## 9. Résumé : comparatif translations-rotations

$$\omega_f = \omega_i + \alpha t$$

$$\theta_f = \theta_i + \omega_i t + \frac{\alpha t^2}{2}$$

$$\omega_f^2 = \omega_i^2 + 2\alpha(\theta_f - \theta_i)$$

$$\tau = I\alpha$$

$$K = \frac{1}{2}I\omega^2$$

$$W = \tau \Delta\theta$$

$$P = \tau\omega$$

$$v_f = v_i + at$$

$$x_f = x_i + v_i t + \frac{at^2}{2}$$

$$v_f^2 = v_i^2 + 2a(x_f - x_i)$$

$$F = ma$$

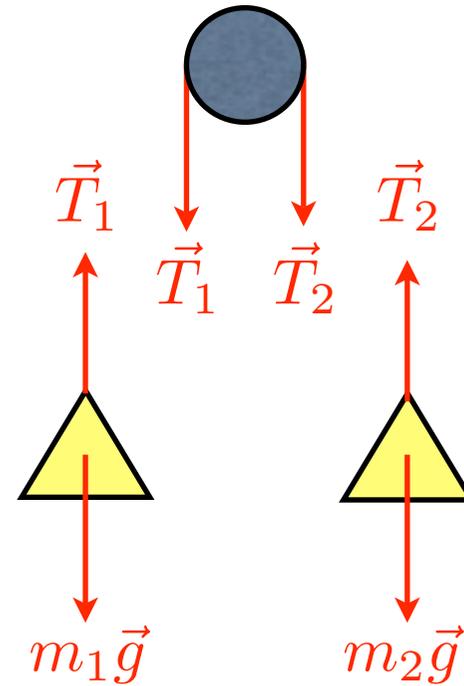
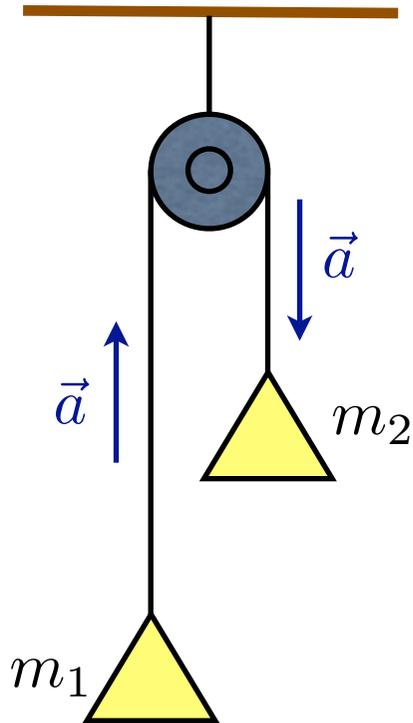
$$K = \frac{1}{2}mv^2$$

$$W = F \Delta x$$

$$P = Fv$$

# I0.Applications

- La machine d'Atwood revisitée :



$$a = \frac{(m_2 - m_1)g}{(m_1 + m_2) + I/R^2}$$

*effet de la poulie !*

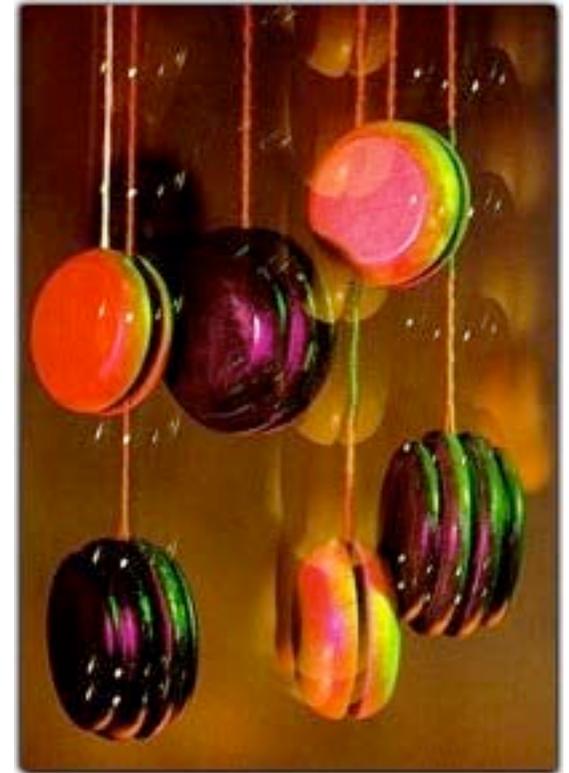
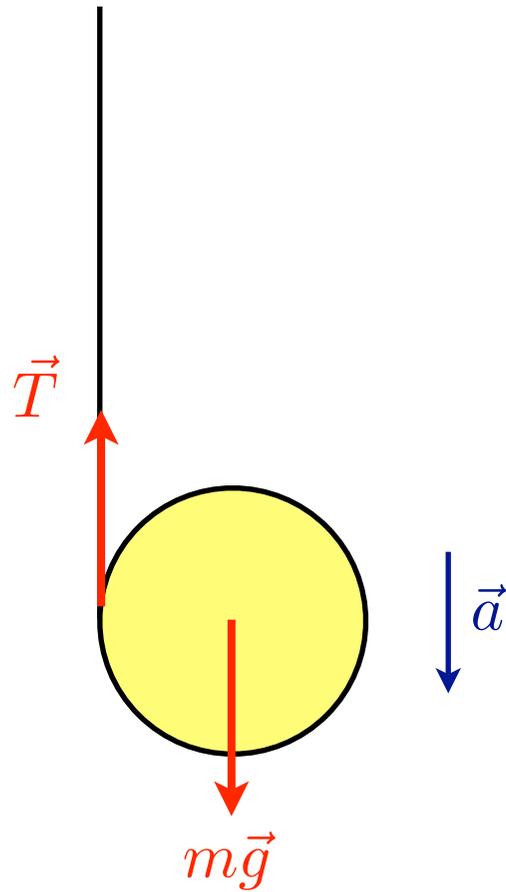
$$(T_2 - T_1)R = I\alpha$$

$$T_1 - m_1g = m_1a$$

$$m_2g - T_2 = m_2a$$

$$R\alpha = a$$

- Le mouvement du yoyo : chute presque libre...



$$mg - T = ma$$

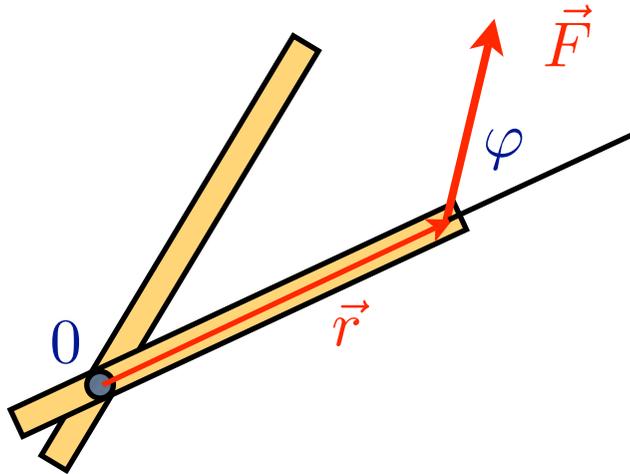
$$RT = I\alpha \longrightarrow T = \frac{1}{2}mR\alpha = \frac{1}{2}ma$$

$$a = \frac{2}{3}g$$

# Chapitre 11 : Moment angulaire

# I. Moment d'une force

- **Définition** : la torsion n'était que la valeur absolue du **moment de forces**

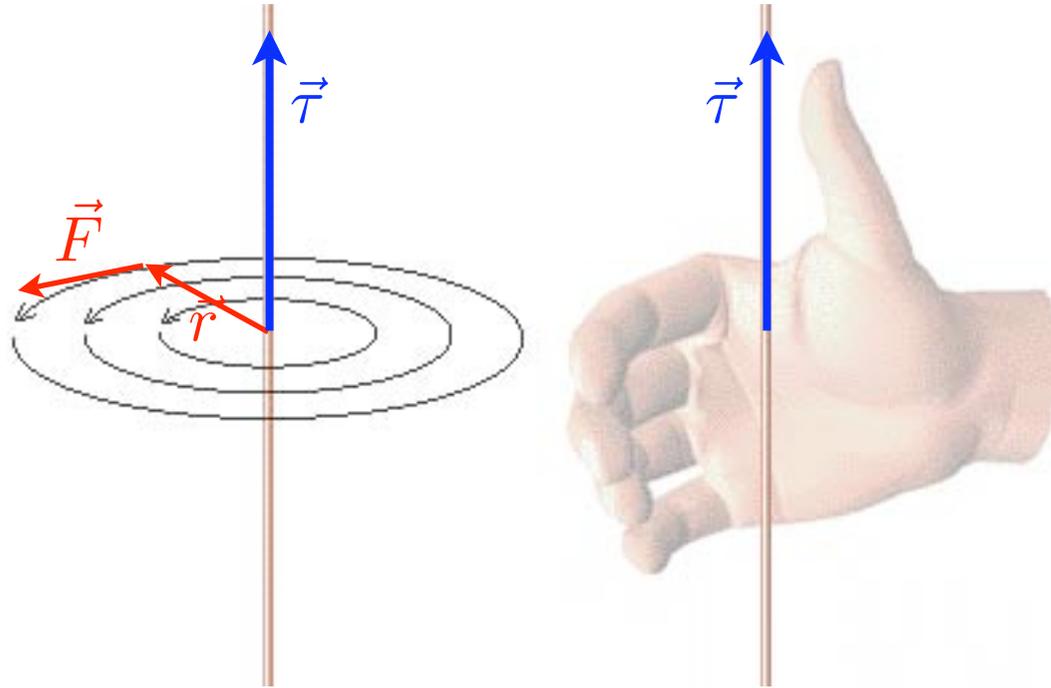


$$\vec{\tau} = \vec{r} \times \vec{F}$$

- Remarques :

- le vecteur position est compté **à partir du centre de rotation**
- le moment est **perpendiculaire** au plan de rotation
- il est donc parallèle à l'axe de rotation

- Règle de la main droite :  $\vec{\tau} = \vec{r} \times \vec{F}$



Les doigts tournent dans le sens de la rotation  
et le pouce indique le sens du moment de forces.

## 2. Moment angulaire

- Moments de plusieurs forces :

$$\vec{r} \times \sum \vec{F}_i = \sum \vec{\tau}_i = \vec{r} \times \frac{d\vec{p}}{dt}$$

$$\sum \vec{\tau}_i = \vec{r} \times \frac{d\vec{p}}{dt} + \frac{d\vec{r}}{dt} \times \vec{p}$$

$$\sum \vec{\tau}_i = \frac{d(\vec{r} \times \vec{p})}{dt} \longleftrightarrow \sum \vec{F}_i = \frac{d\vec{p}}{dt}$$

*analogue de la seconde loi de Newton*

- On définit le **moment angulaire** :

$$\vec{L} = \vec{r} \times \vec{p}$$

- La seconde loi de Newton devient :

$$\sum \vec{\tau}_i = \frac{d\vec{L}}{dt}$$

- Conservation du moment angulaire :

en l'absence de moment de force, on a

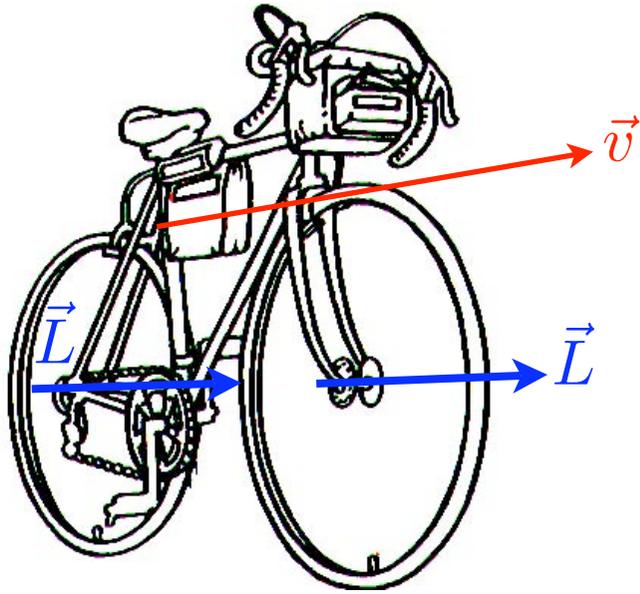
$$\vec{L} = cte$$

- Exemple : le moment angulaire d'un hélicoptère est nul



*sans le rotor arrière, l'hélicoptère tourne sur lui-même.*

- Le moment angulaire est un vecteur !



*plus d'équilibre sur un vélo  
en mouvement qu'au repos !*



- Faire tourner des assiettes :



# 3. Moment angulaire d'un objet rigide en rotation

- Objet rigide :  $v_i = r_i \omega$

$$L_i = m_i r_i v_i = m_i r_i^2 \omega$$

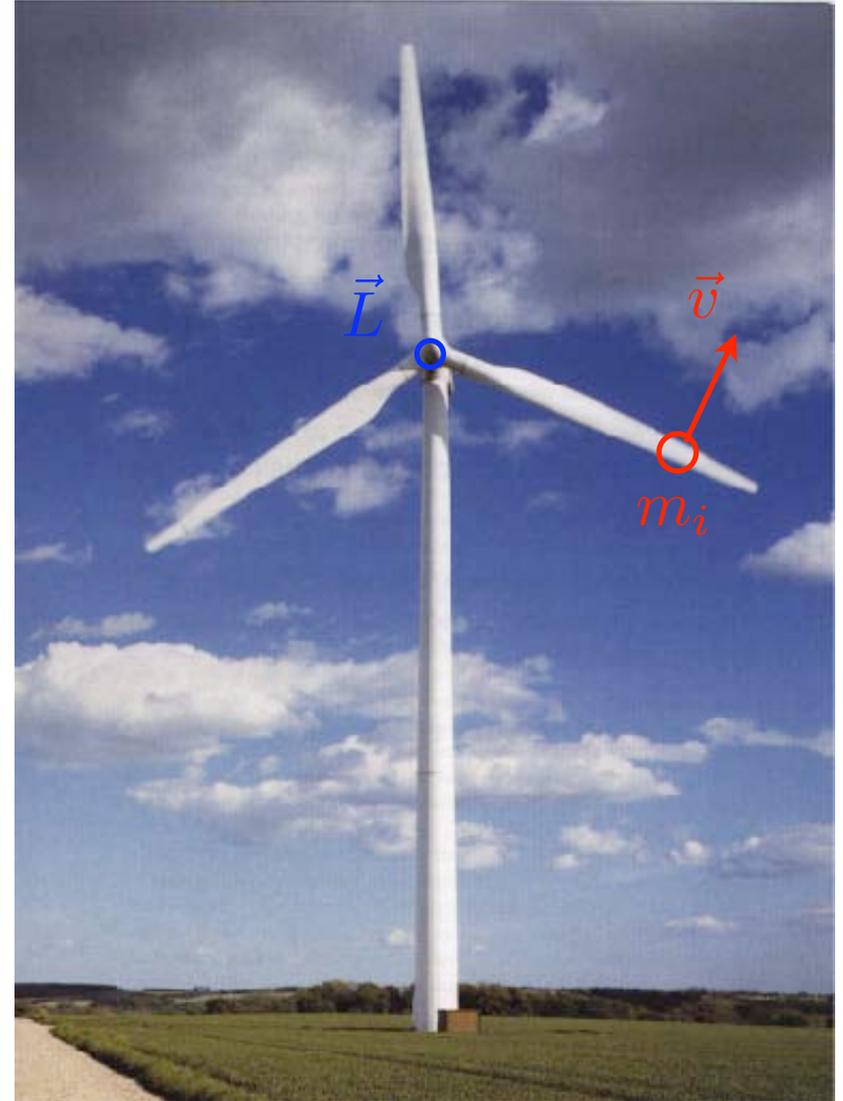
$$|\vec{L}| = \sum L_i = \sum m_i r_i^2 \omega = \left( \sum m_i r_i^2 \right) \omega$$

$$\boxed{L = I\omega} \longleftrightarrow p = mv$$

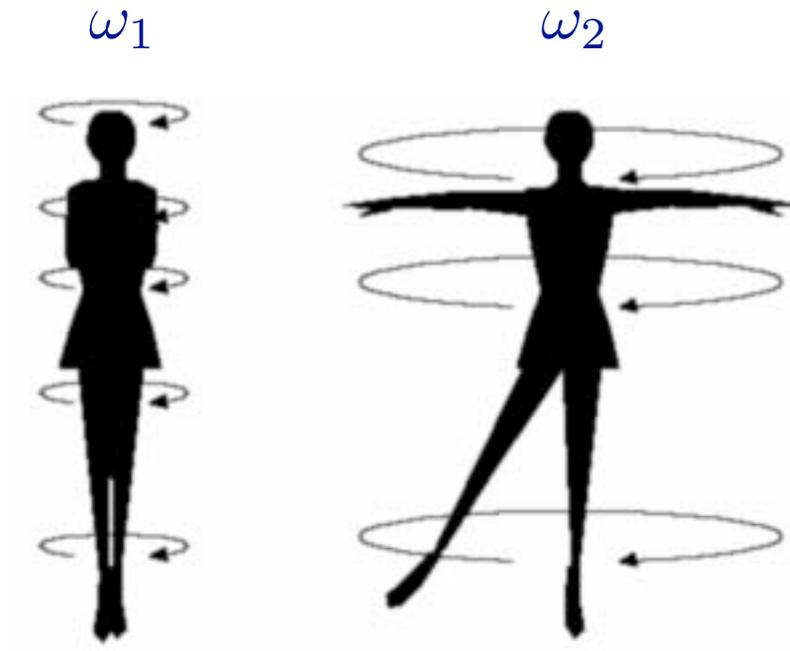
- On retrouve bien :

$$\frac{dL}{dt} = I \frac{d\omega}{dt}$$

$$\tau = I\alpha$$



- Le problème de la patineuse :

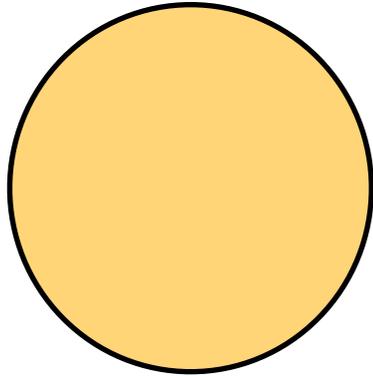


conservation de L :  $L_1 = L_2$   
 $I_1\omega_1 = I_2\omega_2$

$$I_1 < I_2 \longrightarrow \omega_1 > \omega_2$$

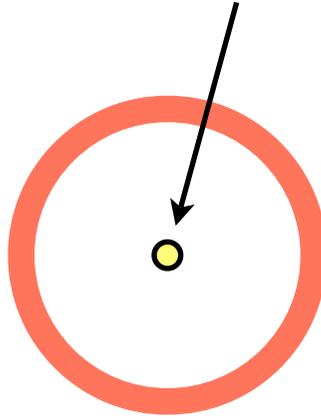
- Effondrement d'une étoile : *supernova*

étoile



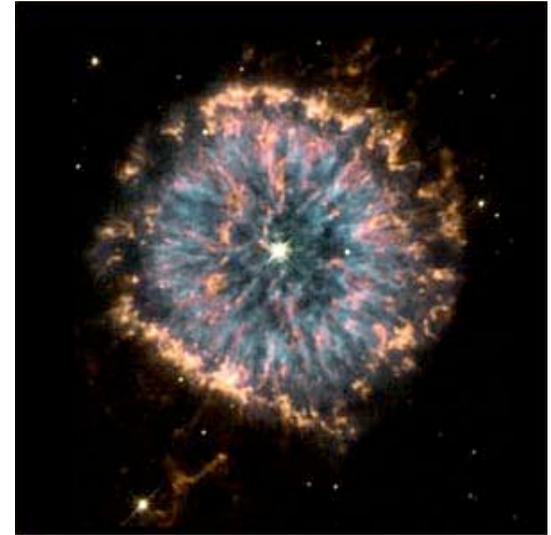
$R_1$

étoile à neutrons



$R_2$

nébuleuse planétaire



$$R_1 = 10000 \text{ km} \rightarrow R_2 = 3 \text{ km}$$

$$T_1 = 30 \text{ jours}$$

conservation de  $L$  :  $L = I_1\omega_1 = I_2\omega_2$

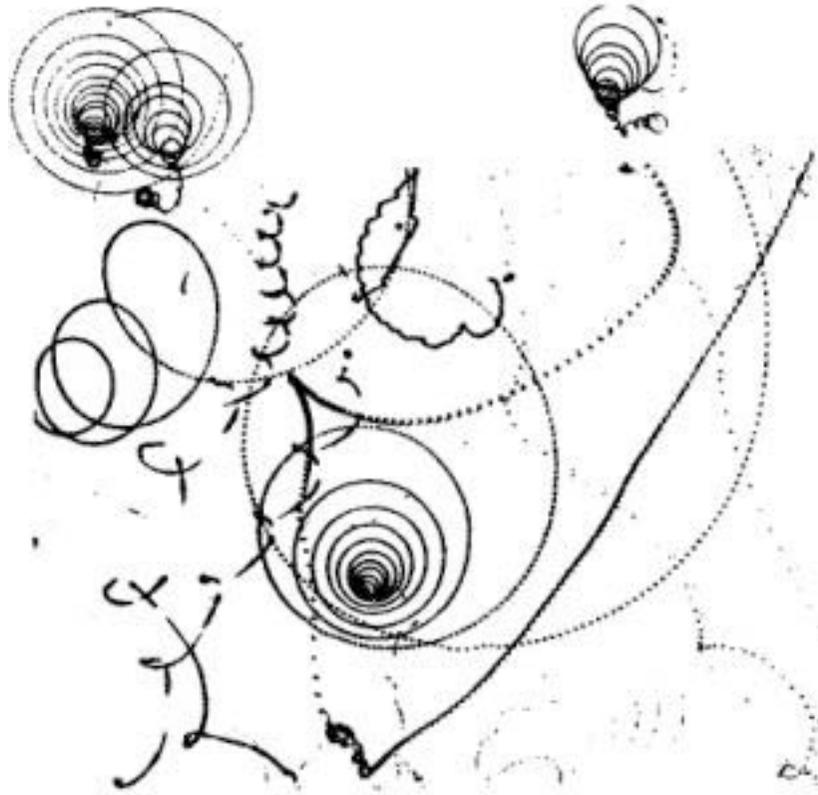
$$\frac{R_1^2}{T_1} = \frac{R_2^2}{T_2} \longrightarrow T_2 \approx 0.23 \text{ s}$$



*Nébuleuse Helix*

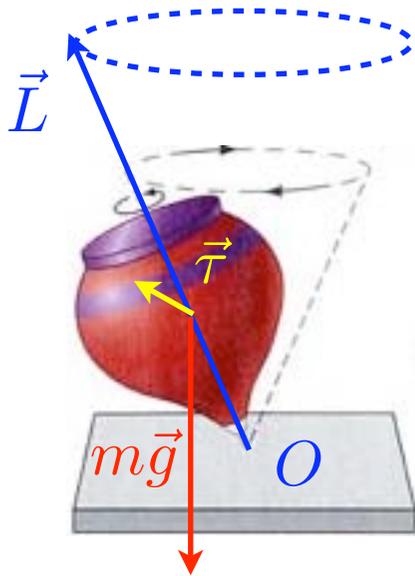
## 5. Toupies et gyroscopes

- Expérience : feutre comme pointe d'une toupie



les trajectoires des toupies sont des orbites circulaires

- **Précession de la toupie :**



*moment de force perpendiculaire à L et à mg*

$$\vec{\tau} = \vec{r} \times m\vec{g}$$

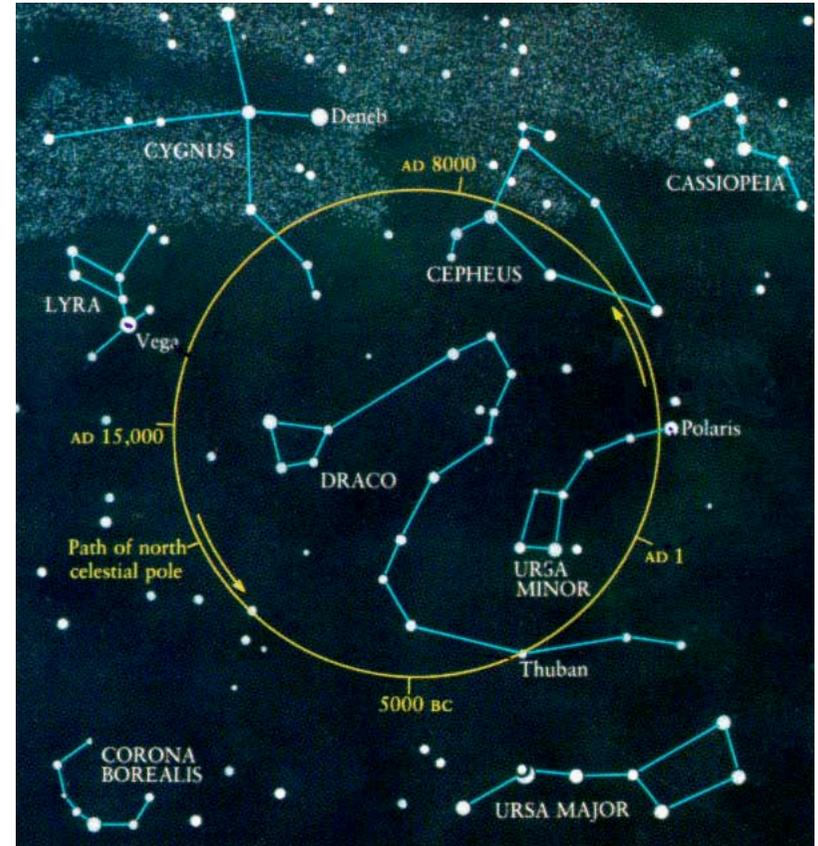
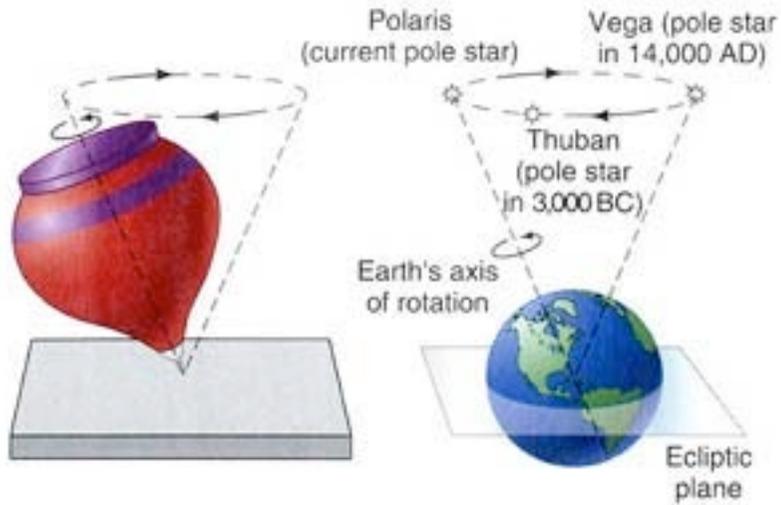
$$\vec{\tau} = \frac{d\vec{L}}{dt}$$

précession du moment cinétique

période de précession :  $\Delta\varphi = \frac{\Delta L}{L} = \frac{\tau \Delta t}{L}$   $\longrightarrow$

$$\omega_P = \frac{\tau}{I\omega}$$

• Précession de la Terre :



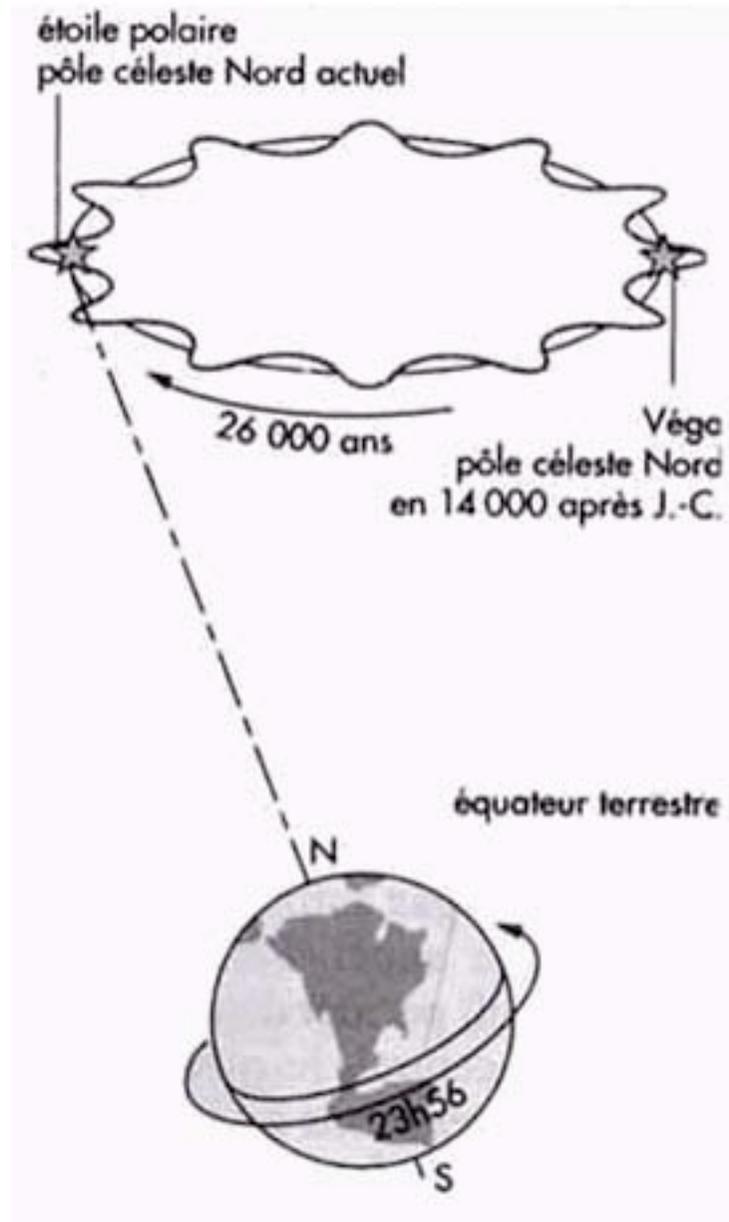
*torsion de nature gravifique (soleil et lune)  
et CM décalé de l'axe de rotation*



*période = 25 800 ans*

- implique :
- changements climatiques
  - astronomie/astrologie antique différente

- Nutation : effet supplémentaire (objet non symétrique)



*oscillations sur le mouvement de précession*

# Chapitre 12 : Equilibre statique et élasticité

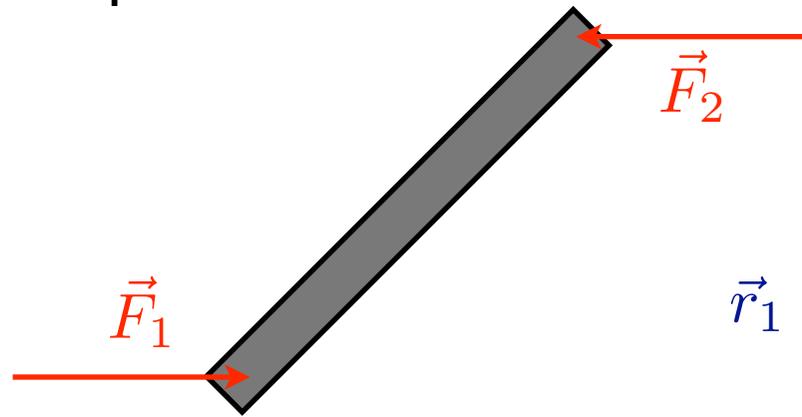
# I. Conditions d'équilibre (dynamique)

- Pas de mouvement du CM, pas de rotation :

$$\sum \vec{F}_i = \vec{0}$$
$$\sum \vec{\tau}_i = \sum \vec{r}_i \times \vec{F}_i = \vec{0}$$

2 conditions

- Une condition ne suffit pas :



$$\vec{F}_1 + \vec{F}_2 = \vec{0}$$

$$\vec{r}_1 \times \vec{F}_1 + \vec{r}_2 \times \vec{F}_2 \neq \vec{0}$$

pas de mouvement du CM mais rotation !

- Remarque : Les deux conditions n'impliquent pas d'équilibre statique !

## 2. Equilibre statique

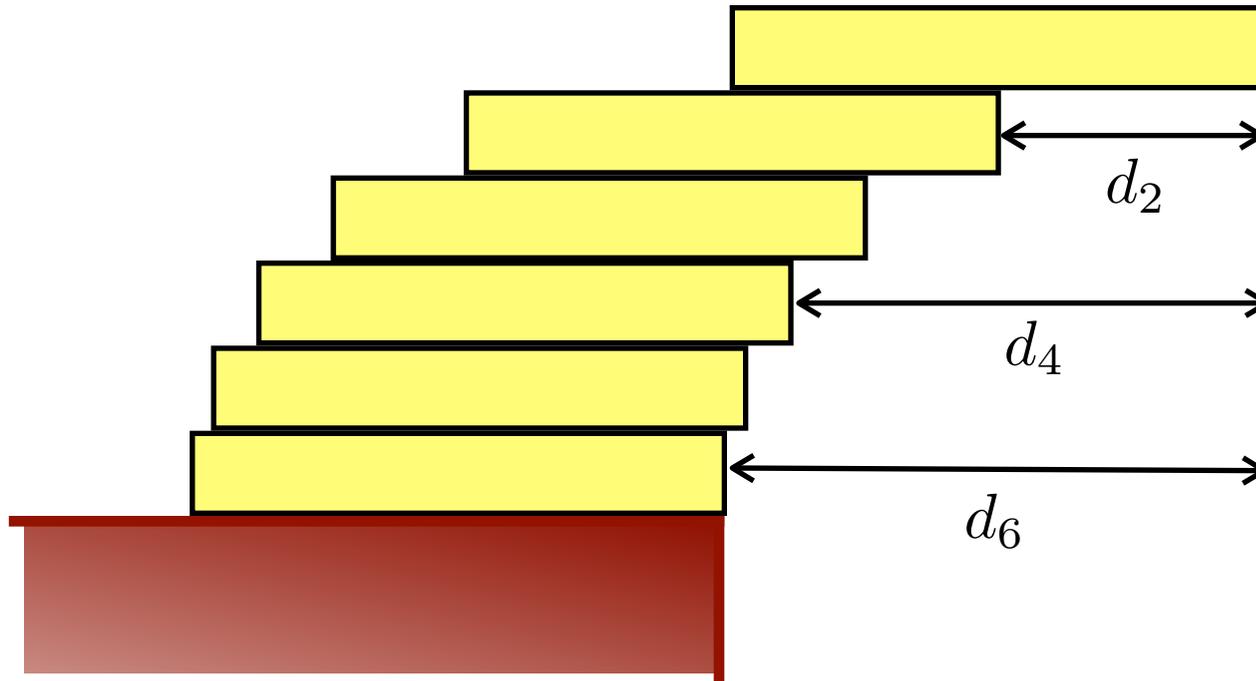
- Equilibre statique : vitesses nulles



*Le poids doit passer entre les points de sustentation de l'objet.  
(sinon rotation)*

- La pile de livres :

Le CM doit être sous le dernier livre. Elongation maximale ?



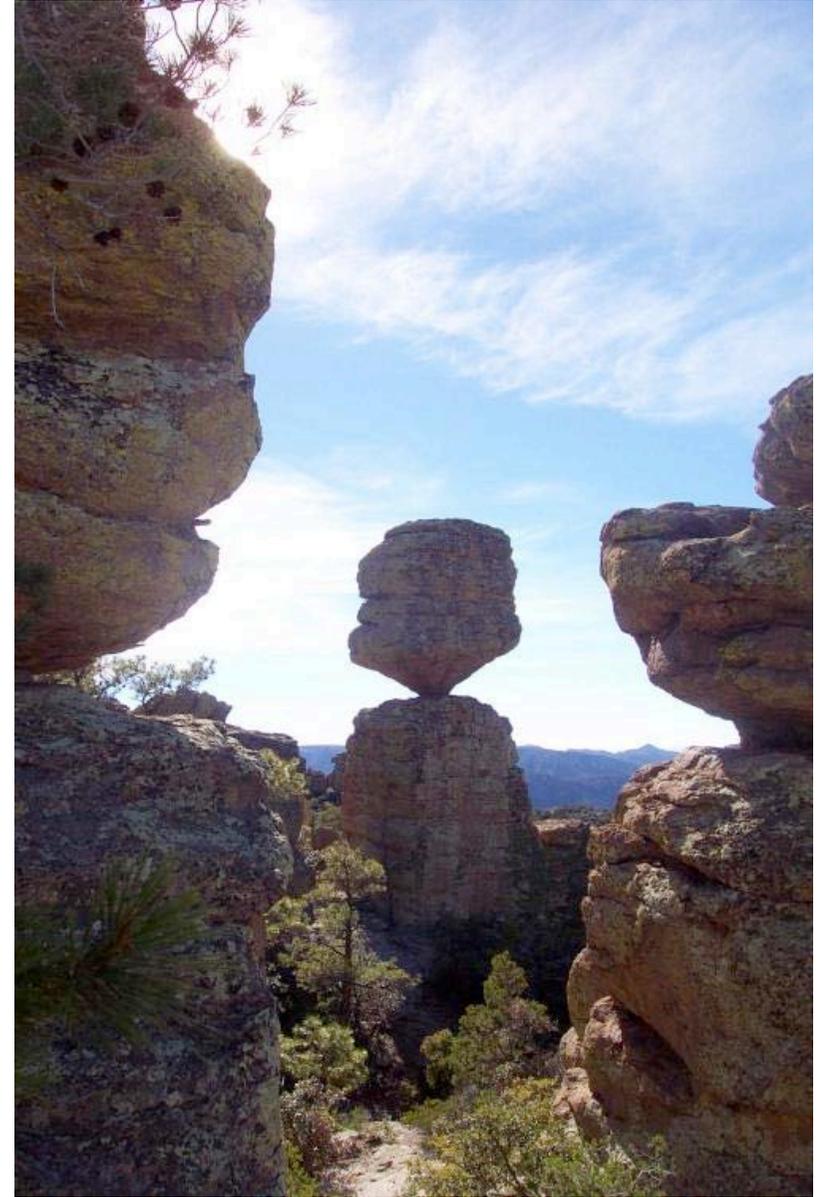
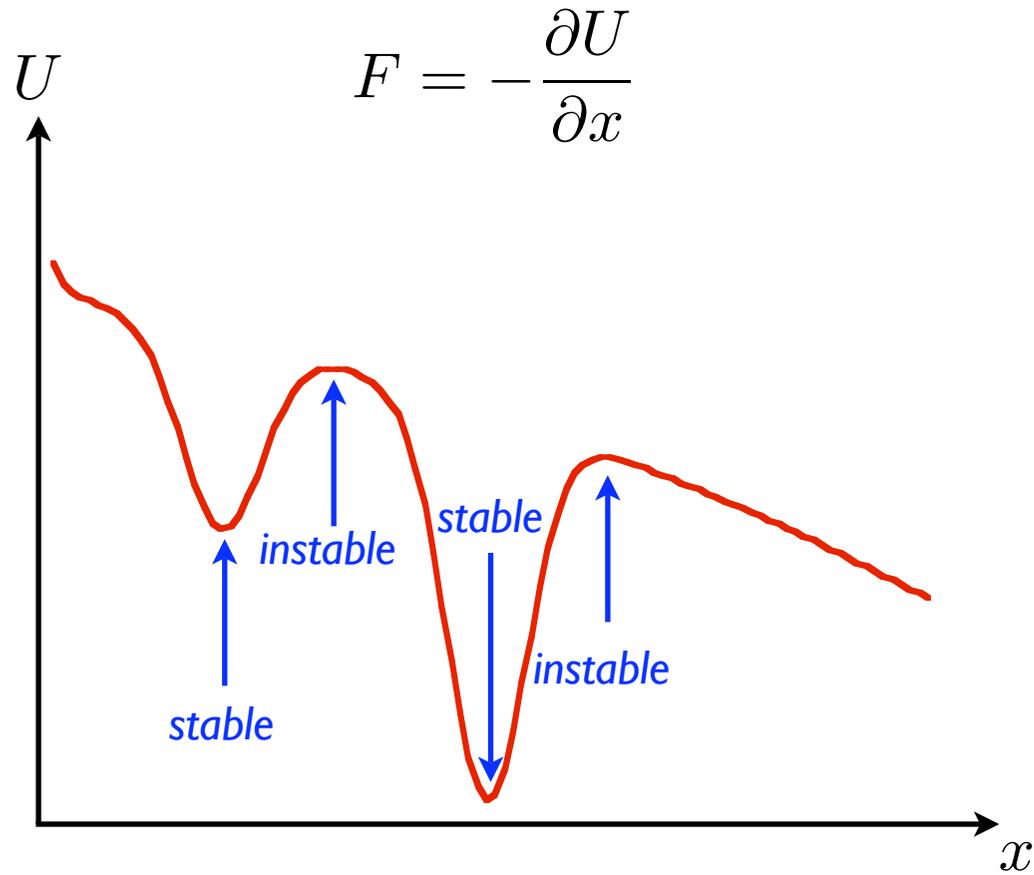
$$d_n = \frac{\ell}{2} \left( 1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \dots + \frac{1}{n-1} \right)$$

par récurrence et en commençant par le haut.



# 3. Equilibre et énergie potentielle

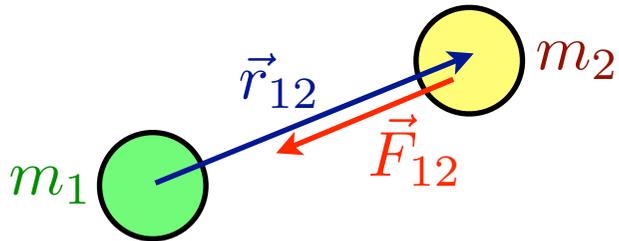
- Equilibre stable/instable



# Chapitre 13 : Les lois de la gravitation

# I. Force de Newton

- Force de Newton (1687) :



$$\vec{F}_{12} = - \frac{Gm_1m_2}{r_{12}^2} \frac{\vec{r}_{12}}{r_{12}}$$

attraction

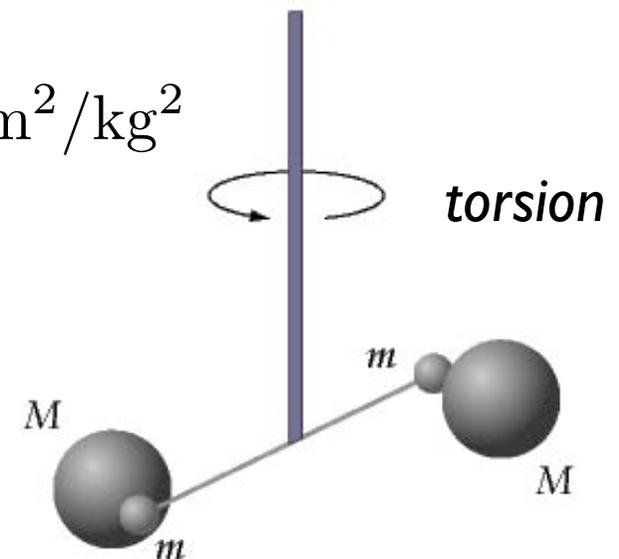
interdistance<sup>2</sup>

force radiale

*Tous les corps massifs subissent cette force exercée par leur environnement matériel.*

- Constante gravitationnelle :  $G = 6.673 \cdot 10^{-11} \text{ Nm}^2/\text{kg}^2$

- Mesurer G : expérience de Cavendish (1798)



## 2. Accélération de pesanteur

- Sur Terre, le poids des objets est une manifestation de la loi de Newton.

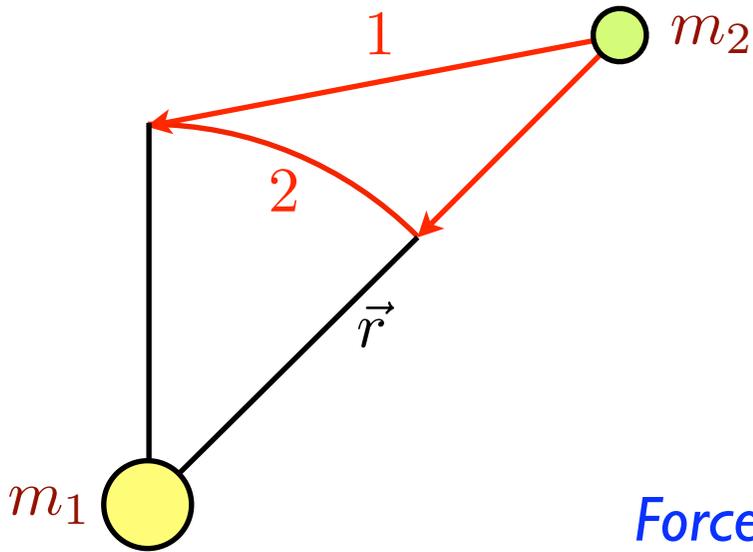
$$\text{au sol : } mg = \frac{GMm}{R_T^2} \longrightarrow g = \frac{GM}{R_T^2}$$

$$\text{avec l'altitude : } g = \frac{GM}{(R_T + h)^2}$$

altitude [km]	$g'/g$
0	1
1 000	0.75
5 000	0.31
10 000	0.15
50 000	0.01

### 3. Potentiel gravifique

- Travail de la force de Newton :



$$dW = \vec{F} \cdot d\vec{r}$$

$$W_1 = W_2$$

*travail indépendant du chemin*

*Force de Newton = force conservative*

- Potentiel gravifique :

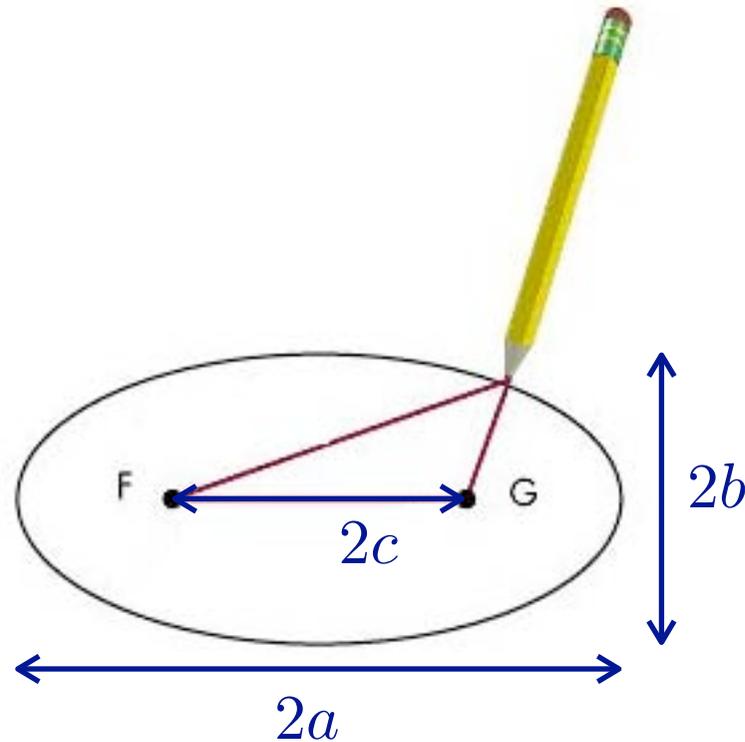
$$\Delta U = - \int_{r_i}^{r_f} F(r) dr$$

$$U = - \frac{Gm_1m_2}{r}$$

# 4. Lois de Kepler

- Première loi de Kepler :

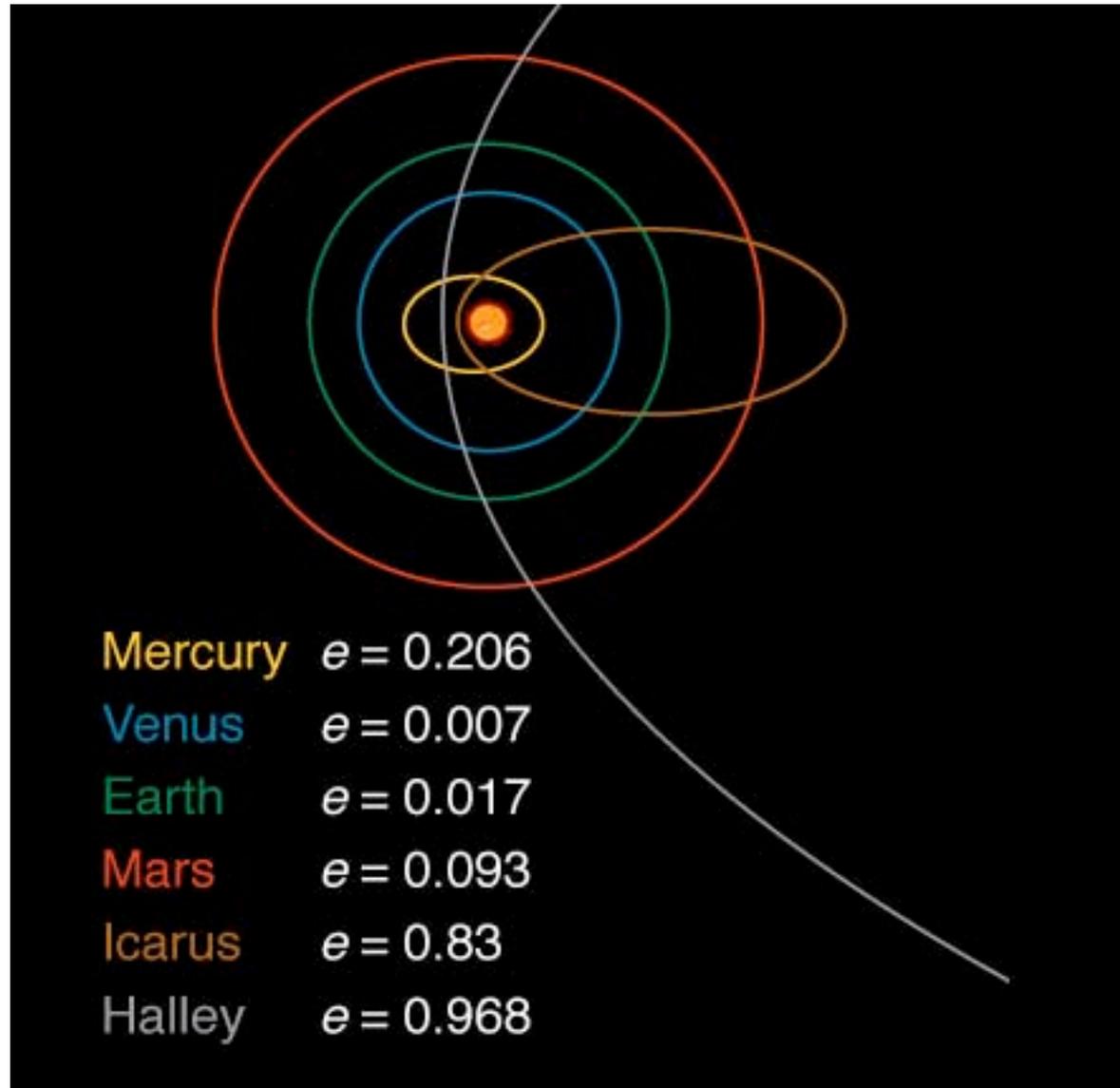
La trajectoire de chaque planète est une ellipse dont le Soleil occupe l'un des foyers.



$$a^2 = b^2 + c^2$$

excentricité :  $e = \frac{c}{a}$

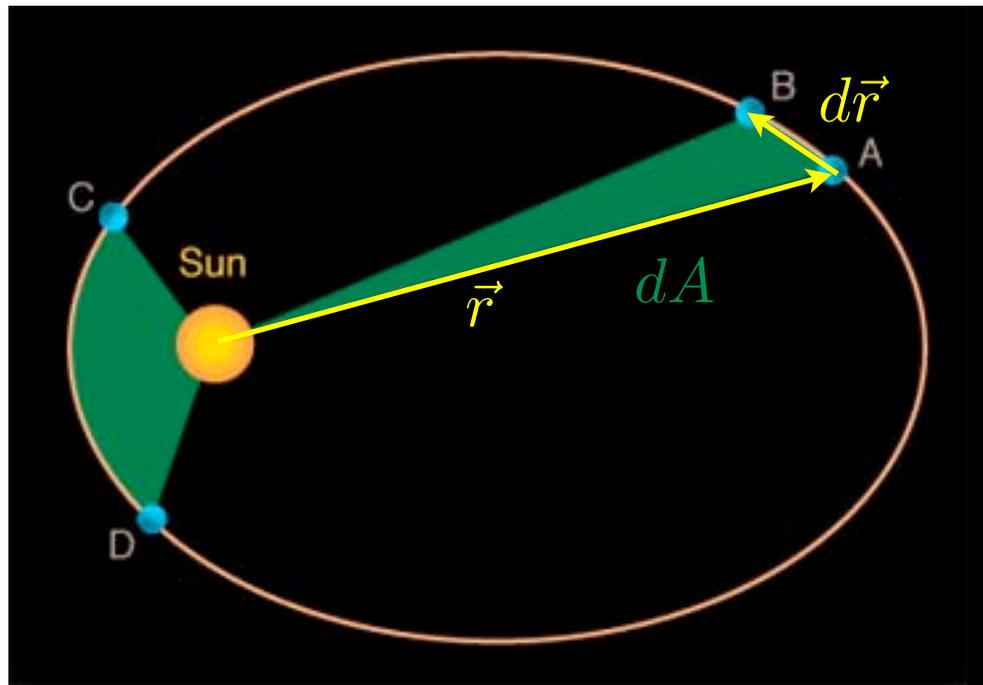
- Excentricité de quelques planètes :



- Deuxième loi de Kepler :

force radiale  $\longrightarrow \tau = 0 \longrightarrow \vec{L} = \vec{r} \times \vec{p} = cte$

$$dA = \frac{1}{2} |\vec{r} \times d\vec{r}| = \frac{1}{2} |\vec{r} \times \vec{v}| dt = \frac{L}{2m} dt$$



$$\frac{dA}{dt} = \frac{L}{2m} = cte$$

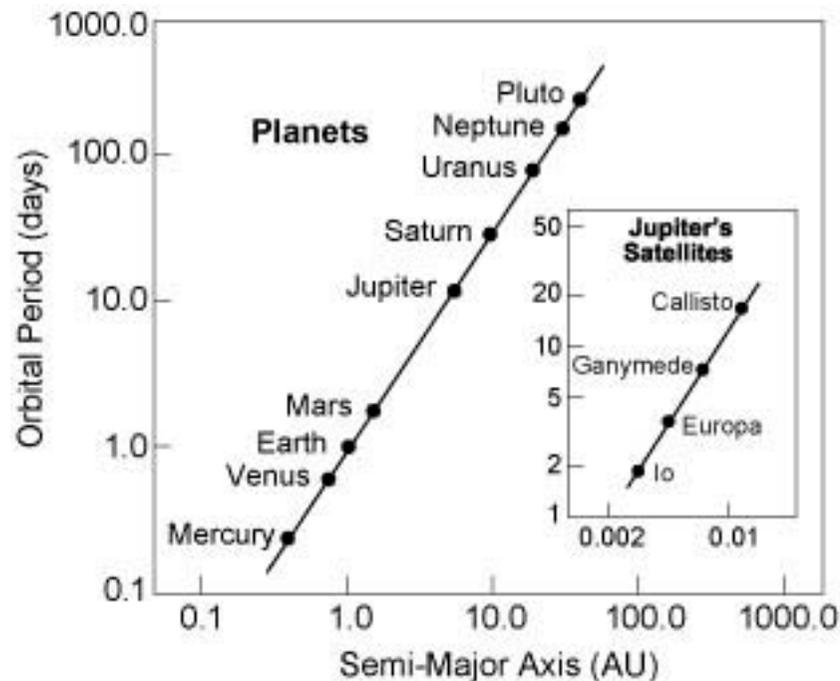
- Troisième loi de Kepler :

si orbite circulaire :  $F_G = \frac{GMm}{r^2} = \frac{mv^2}{r} = F_r$

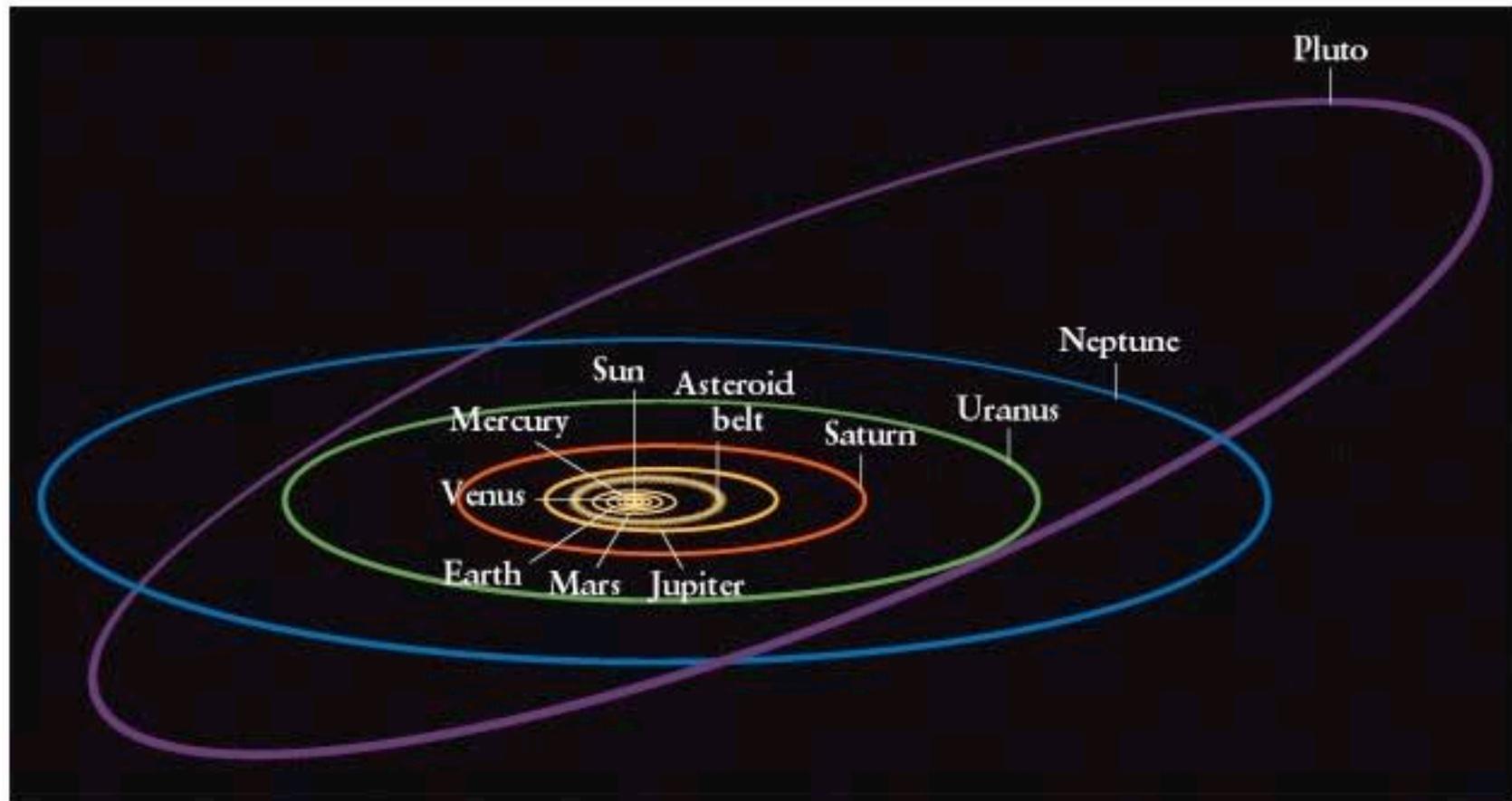
période :  $v = \frac{2\pi r}{T} \rightarrow T^2 = \left( \frac{4\pi^2}{GM} \right) r^3$

$$\frac{T^2}{a^3} = K$$

*(valable aussi pour des orbites elliptiques)*



- Système solaire :



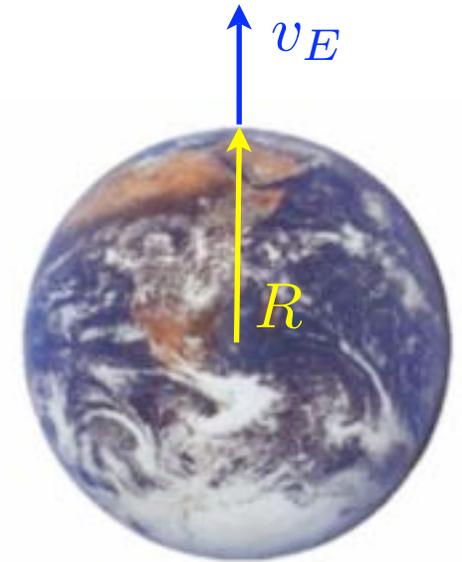
# 5. Vitesse d'échappement et trous noirs

- Vitesse d'échappement :

= vitesse pour arracher un objet de l'attraction d'un autre

$$\frac{1}{2}mv^2 - \frac{GMm}{R} \geq 0$$

$$v_E = \sqrt{\frac{2GM}{R}}$$



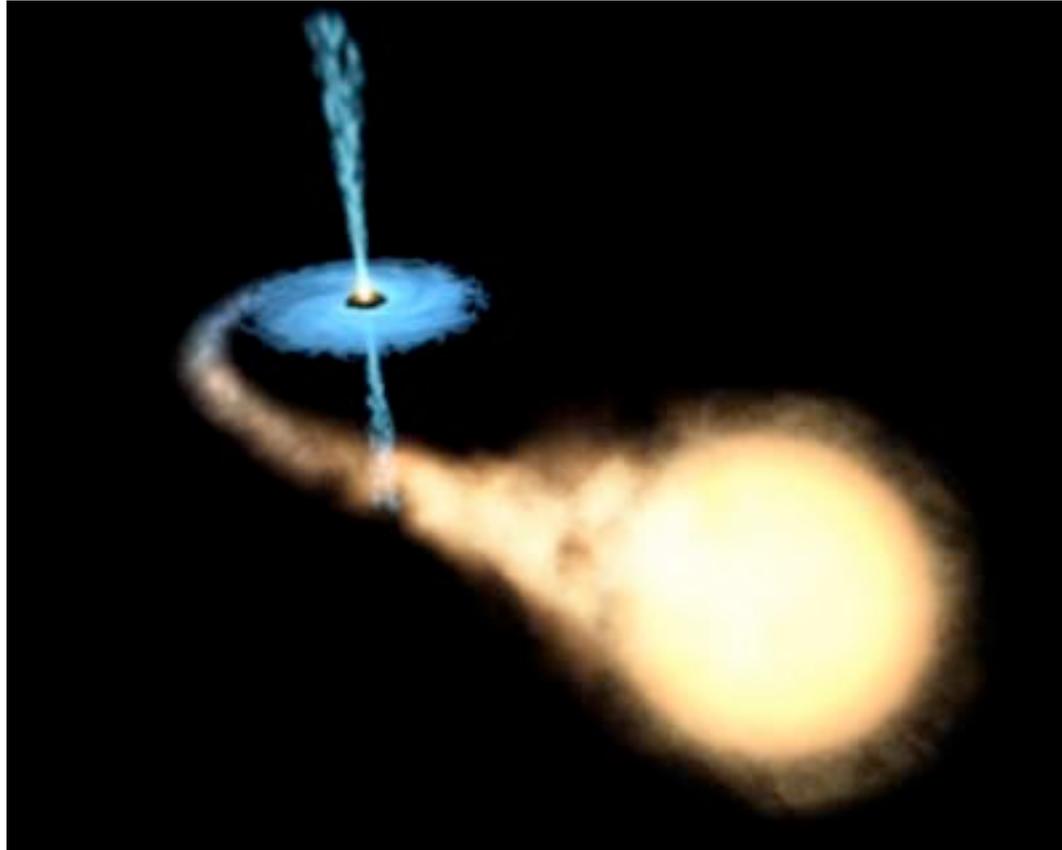
- Exemples :

Objet	$v_E$ (km/s)
Terre	11.2
Lune	2.3
Soleil	618

- Trou noir :

critère :  $v_E = c$

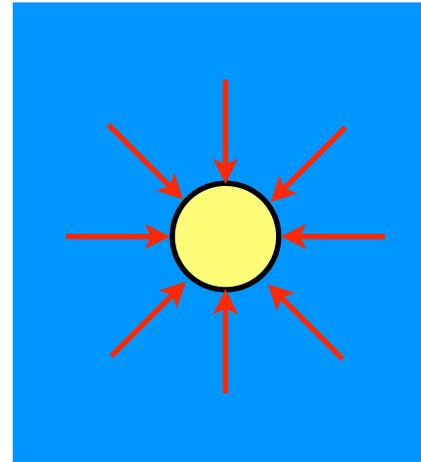
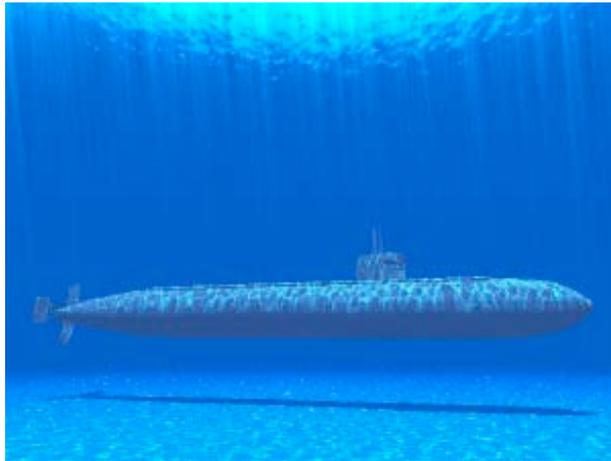
Rayon de Schwarzschild :  $R_S = \frac{2GM}{c^2}$



# Chapitre 14 : Mécanique des fluides

# I. Pression hydrostatique

- Les fluides regroupent **gaz** et **liquides**.
- En général, on considère des fluides **incompressibles**.  
Ce n'est plus le cas en thermodynamique.
- Un objet immergé subit une pression de toutes parts.



force normale !

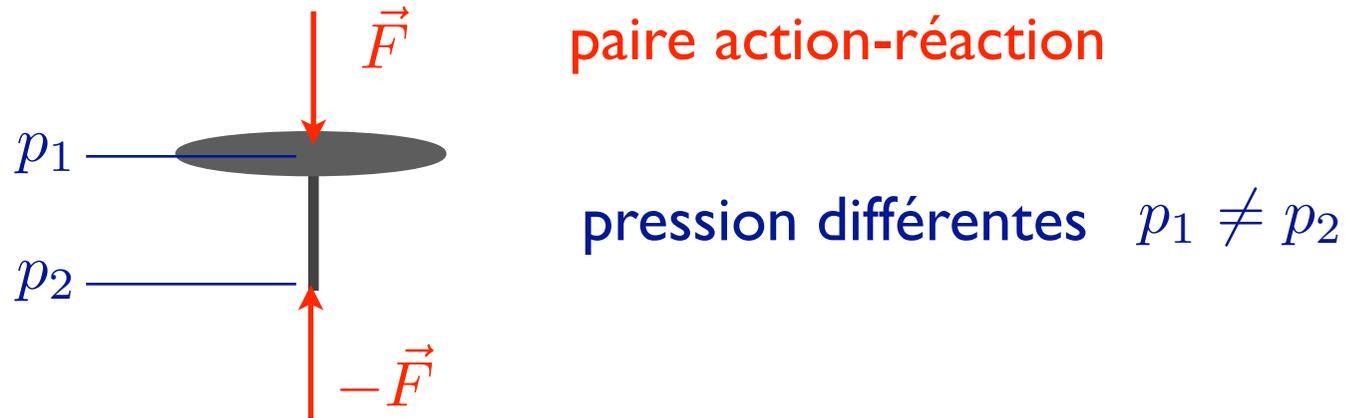
- Par définition :

$$p = \frac{\vec{F} \cdot \vec{n}}{A} = \frac{F}{A}$$

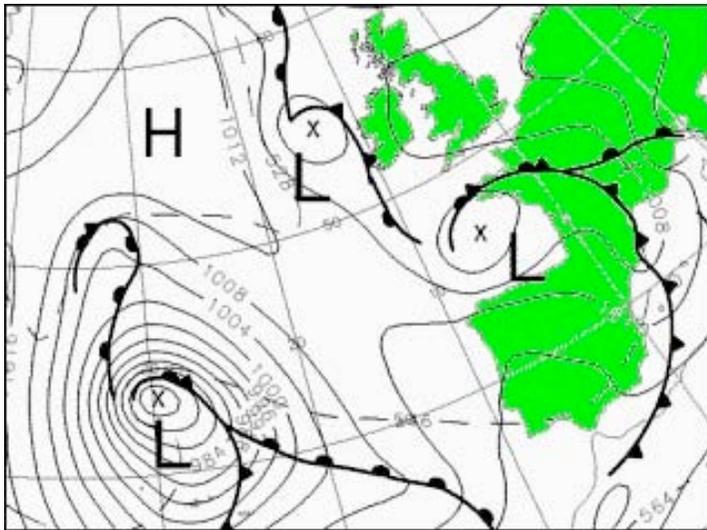
- Unité : Pascal (Pa)

- Exemples :

- punaise



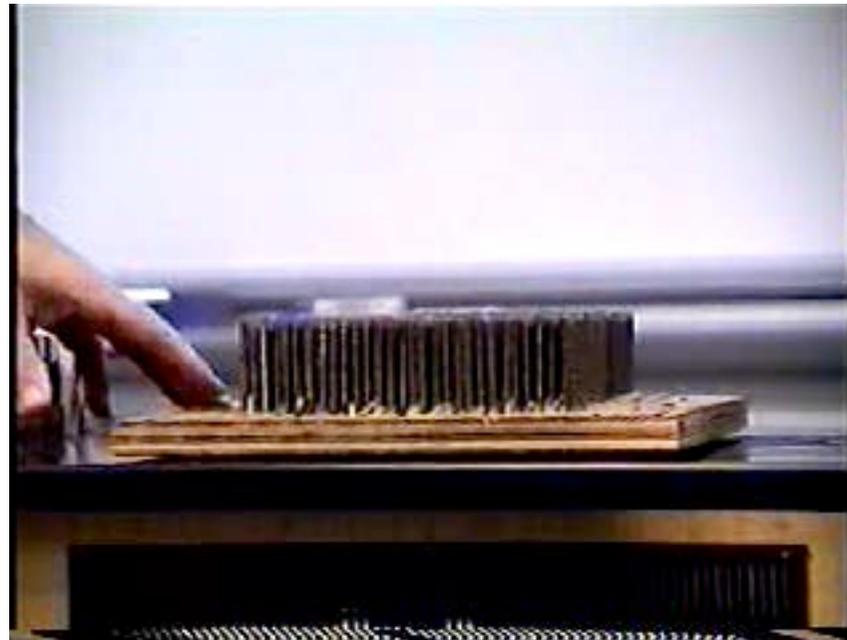
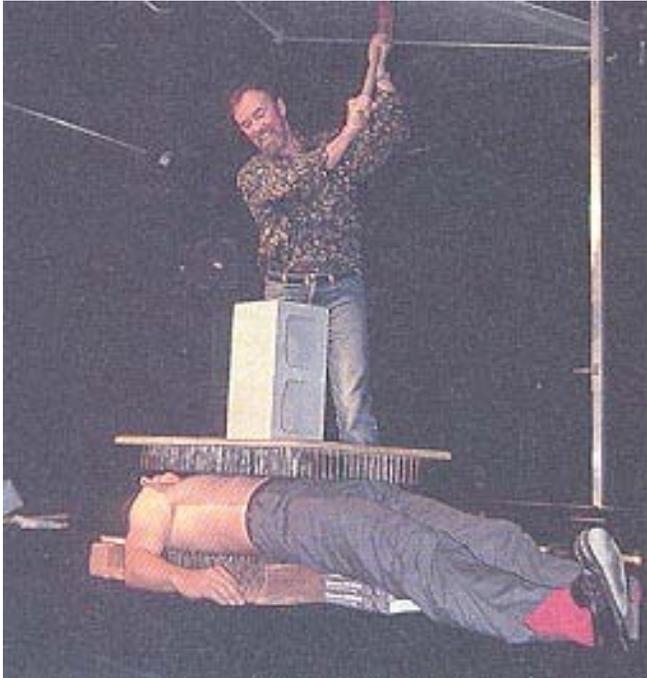
- pression atmosphérique : force = poids de l'air



$$p = 1.013 \cdot 10^5 \text{ Pa} = 1013 \text{ hPa} = 1 \text{ atm}$$

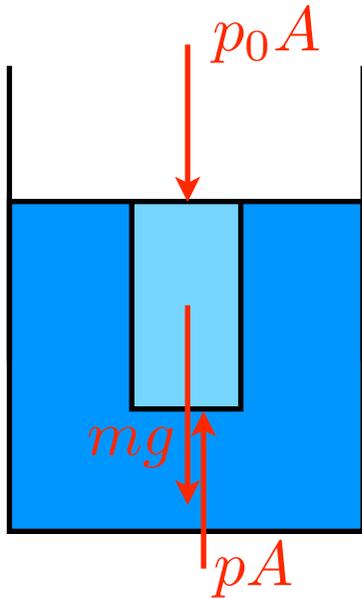
- vide :  $p = 0 \text{ Pa}$

- Fakir :



## 2. Effet de la profondeur

- Colonne de fluide incompressible en équilibre :  $V = Ah$

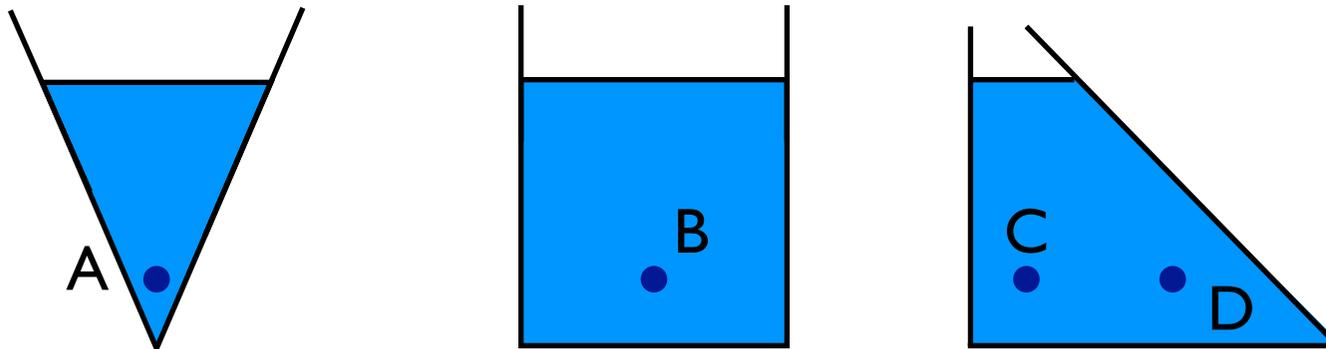


Newton selon la verticale :  $p_0 A + mg = p A$

$$p_0 A + \rho g V = p A$$

$$p_0 + \rho g h = p$$

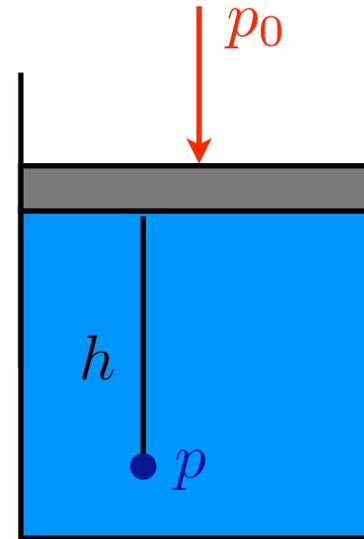
La pression ne dépend que de la profondeur.



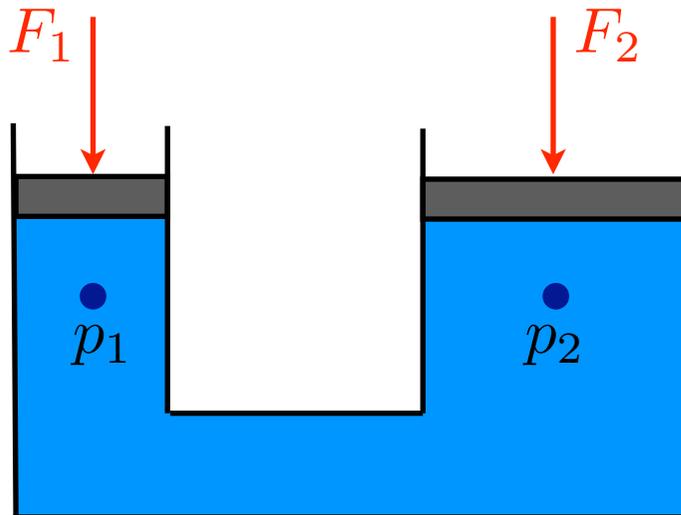
$$p_A = p_B = p_C = p_D$$

- **Loi de Pascal** : toute pression supplémentaire se transmet à tout le fluide.

$$p = p_0 + \rho gh$$



- Vérins hydrauliques :



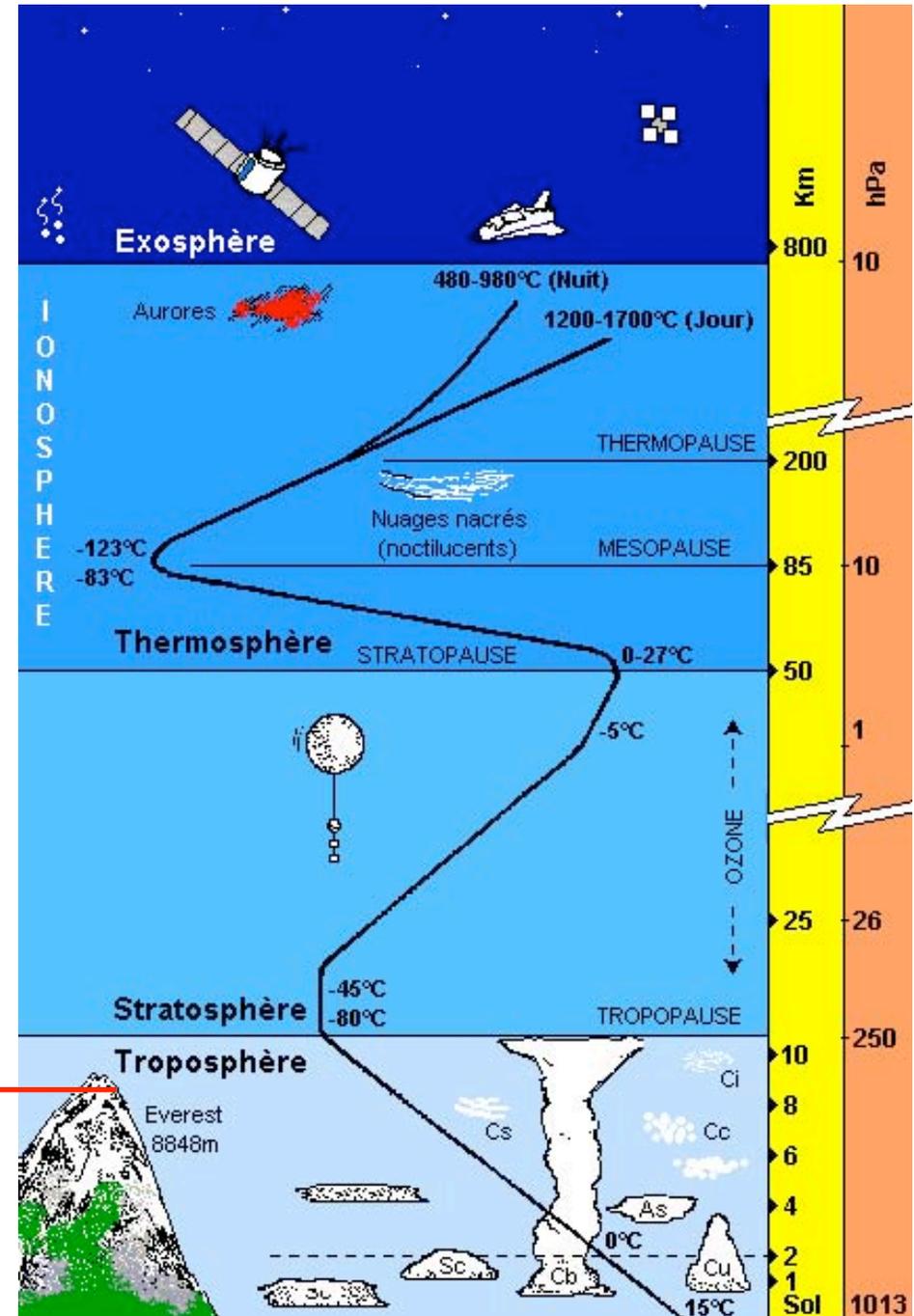
$$p_1 = \frac{F_1}{A_1} = \frac{F_2}{A_2} = p_2$$

- Estimer l'épaisseur de l'atmosphère

si colonne d'air homogène :

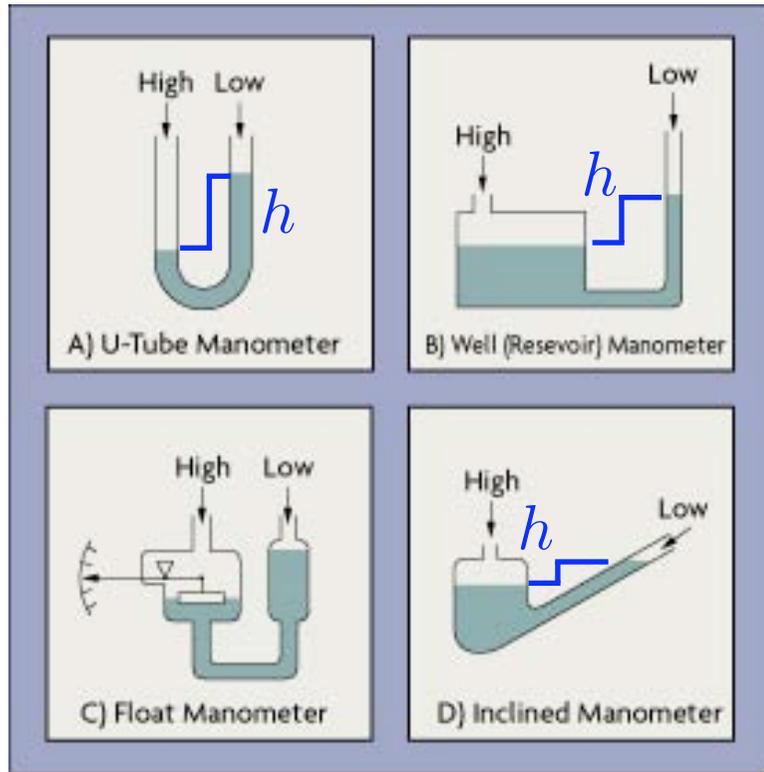
$$h = \frac{p_0}{\rho g}$$

$$h = \frac{10^5}{1.25 \cdot 10} \approx 8 \text{ km}$$



# 3. Mesurer la pression

- Manomètre :

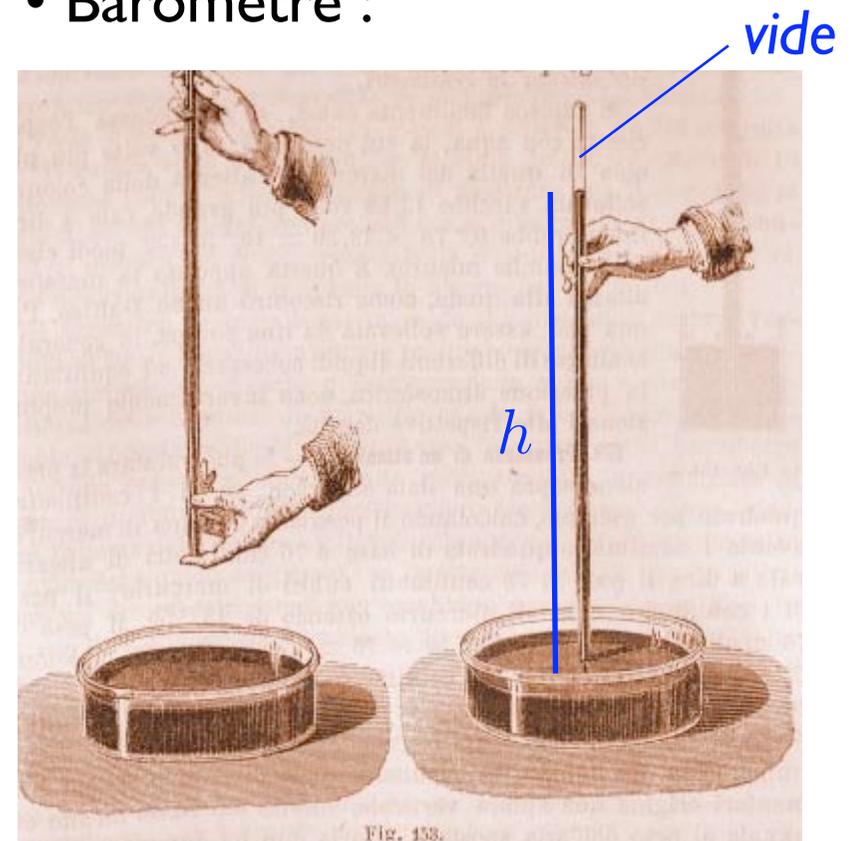


hauteur = différence de pressions

$$p_h = p_l + \rho gh$$

une pression étalon !

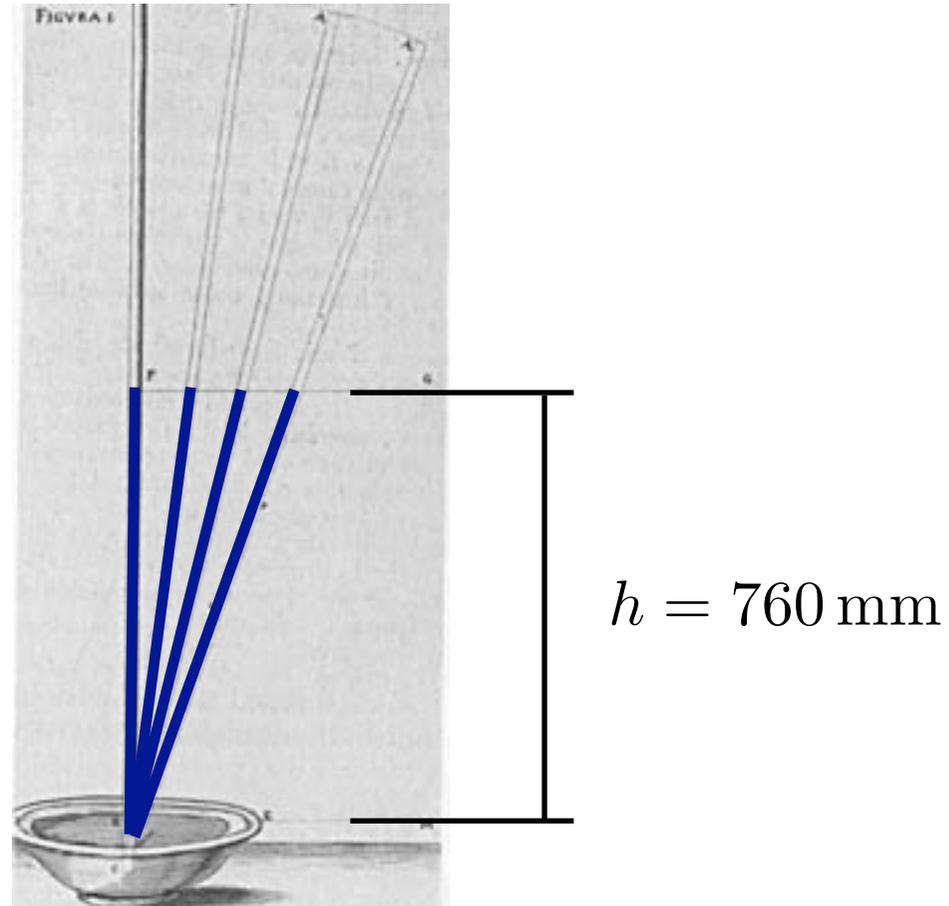
- Baromètre :



expérience de Torricelli

$$p_0 = \rho gh$$

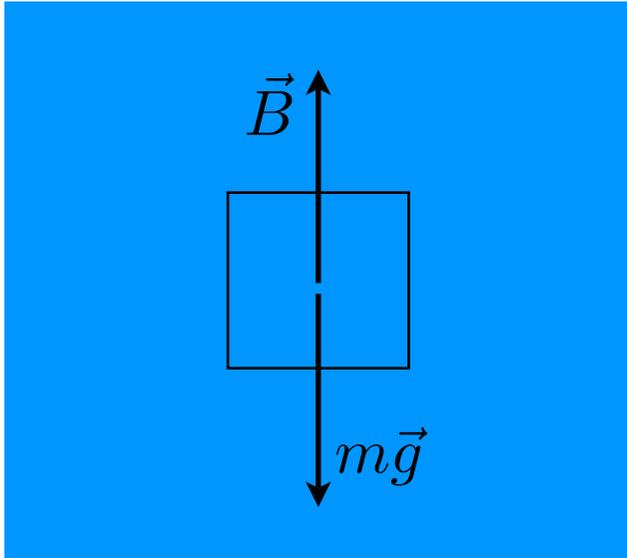
- Expérience de Torricelli



- Anciennes unités :
  - $1 \text{ atm} = 760 \text{ mm de Hg}$
  - $1 \text{ hPa} = 1 \text{ mb}$
  - $1 \text{ torr} = 1/760 \text{ atm}$

# 4. Principe d'Archimède - Flottabilité

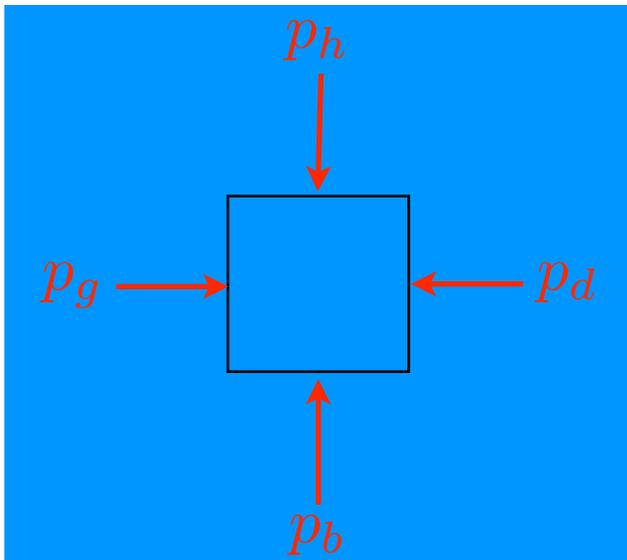
- Origine :



cube de fluide en équilibre

il doit exister une force  $B$  qui équilibre  $mg$

si cube de métal, les forces sont différentes



cette force  $B$  provient du fluide environnant

$$p_g = p_d \quad (\text{pas de force latérale})$$

$$p_b = p_h + \rho gh \quad (\text{force dirigée vers le haut})$$

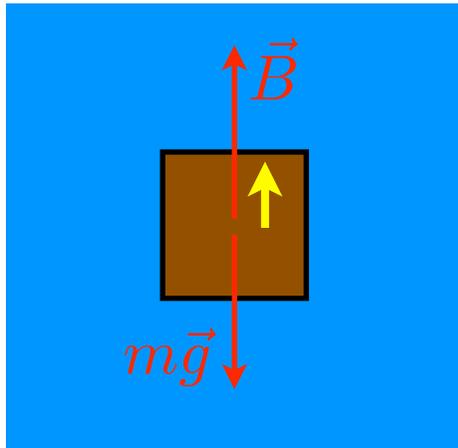
$$B = (p_b - p_h)A = \rho ghA = \rho gV$$

$$B = \rho gV$$

$B$  = poussée d'Archimède = poids du fluide déplacé par l'objet

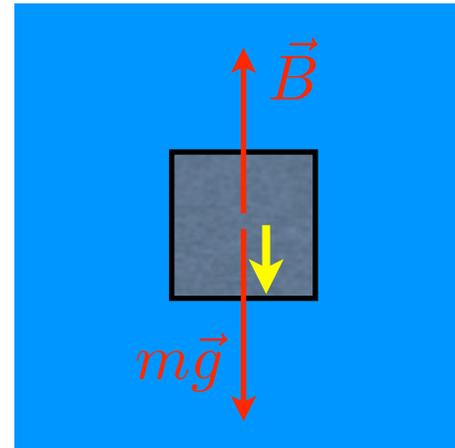
- Coule ou flotte ? bilan des forces :  $mg - B = (\rho - \rho_f)gV$

bois



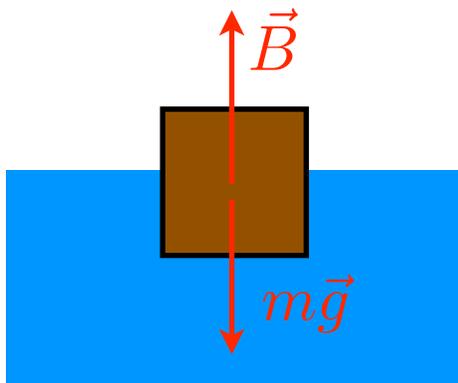
$\rho < \rho_f$  flotte

métal



$\rho > \rho_f$  coule

- En surface : volume total = volume immergé + volume émergé



$$mg - B = 0$$

$$\rho g V_{tot} - \rho_f g V_{im} = 0$$

$$\frac{\rho}{\rho_f} = \frac{V_{im}}{V_{tot}}$$

- Iceberg :

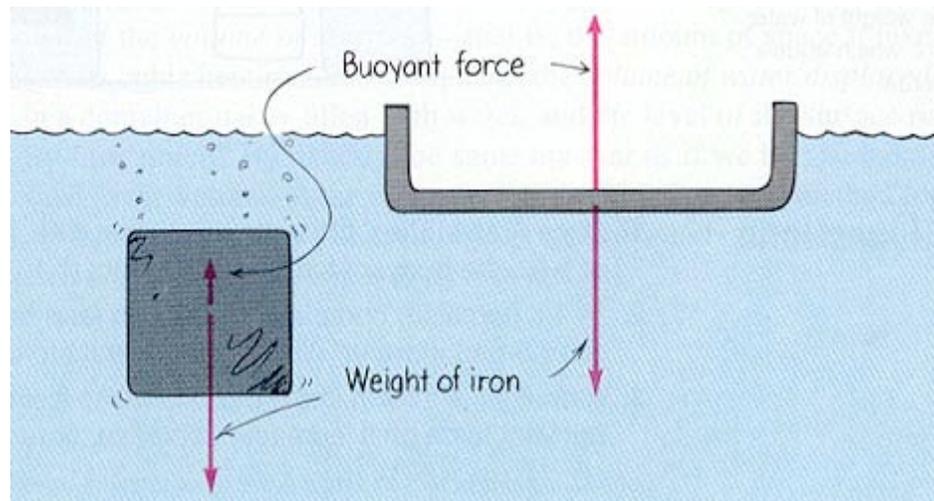


$$\rho_{eau} = 1000 \text{ kg/m}^3$$

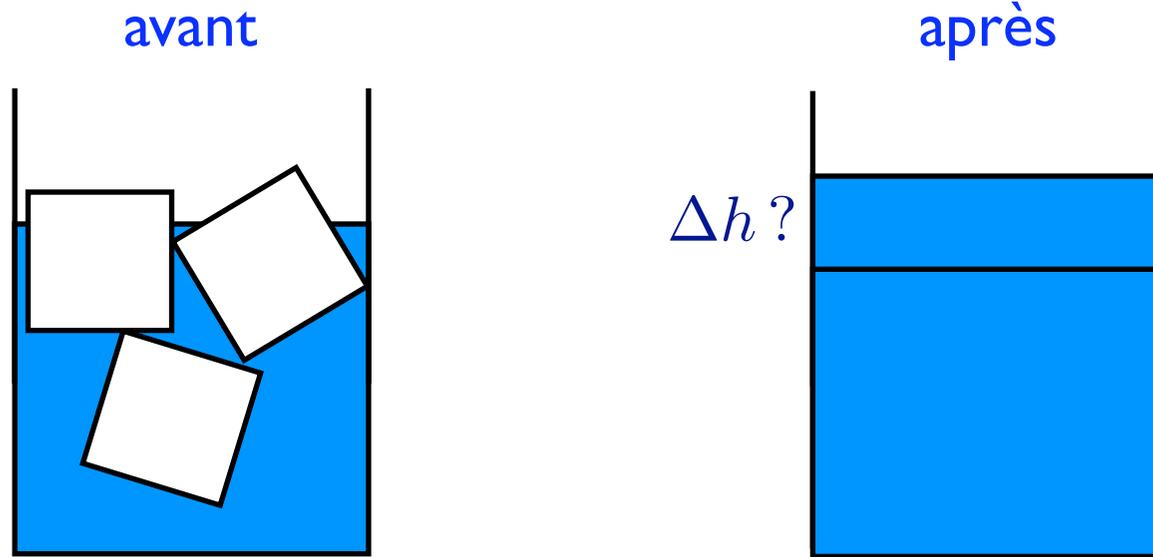
$$\rho_{glace} = 917 \text{ kg/m}^3$$

$$\frac{V_i}{V_{tot}} = 0.917$$

- Bateaux :



- Problème du glaçon qui fond :



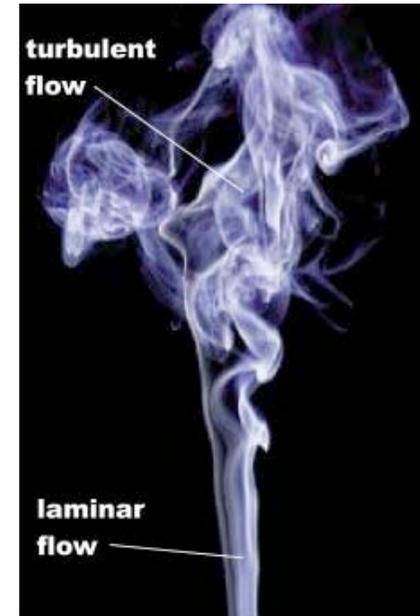
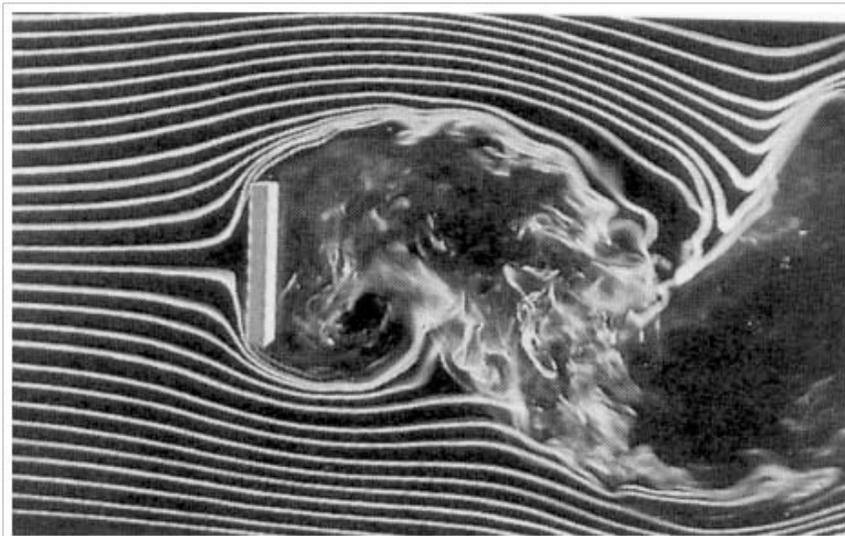
Le niveau d'eau ne varie pas !

- Application : fonte des glaces aux pôles.

# 5. Dynamique des fluides

- **Types d'écoulement :**

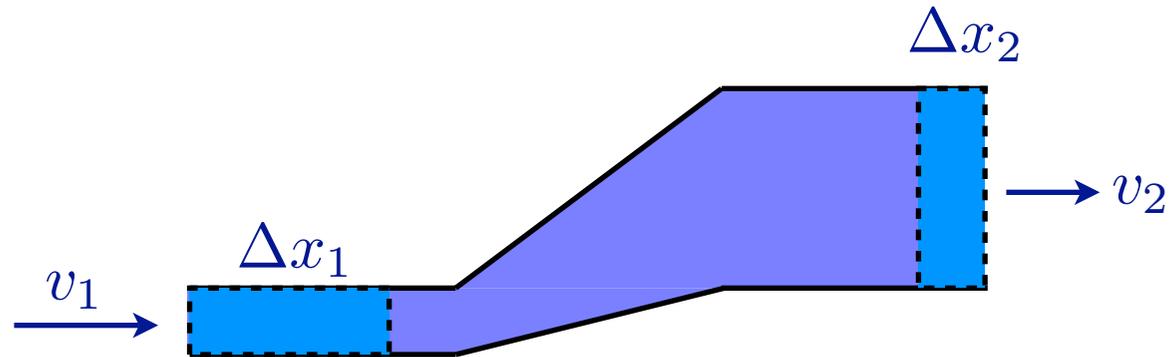
- **laminaire** : la vitesse en chaque point est constante au cours du temps.  
On peut définir des lignes de courant.
- **turbulent** : la vitesse en chaque point de l'écoulement varie au cours du temps.



- **Fluide idéal** :
  - écoulement **laminaire** : vitesse stationnaire en un point
  - **non-visqueux** : pas de perte d'énergie
  - **incompressible** : densité unique
  - **irrotationnel** : pas de tourbillon

## 6. Equation de continuité

- Pipe-line :



tranches de fluide :  $\Delta x_1 = v_1 \Delta t$      $m_1 = \rho A \Delta x_1$

$$\Delta x_2 = v_2 \Delta t \quad m_2 = \rho A \Delta x_2$$

fluide incompressible :  $m_1 = m_2$

$$A_1 v_1 = A_2 v_2$$

- Débit :  $Av = Q$

L'équation de continuité est donc une équation de conservation du débit.

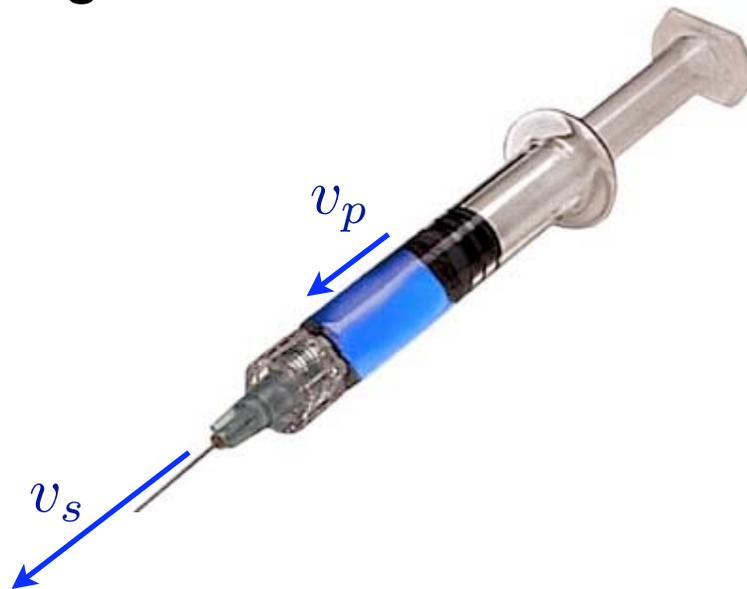
- Exemples :

- bouchons



la vitesse augmente  
dans le rétrécissement !

- seringues

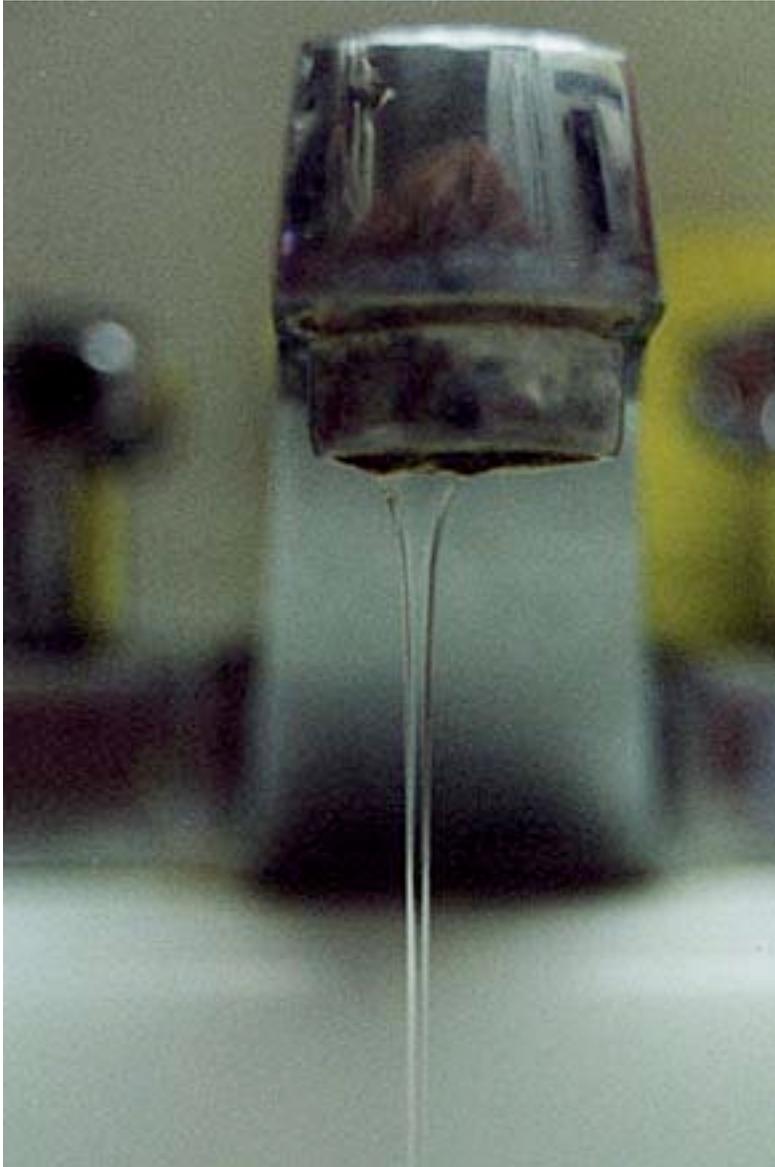


section piston > section aiguille

$$\frac{v_s}{v_p} \approx 100 - 1000$$

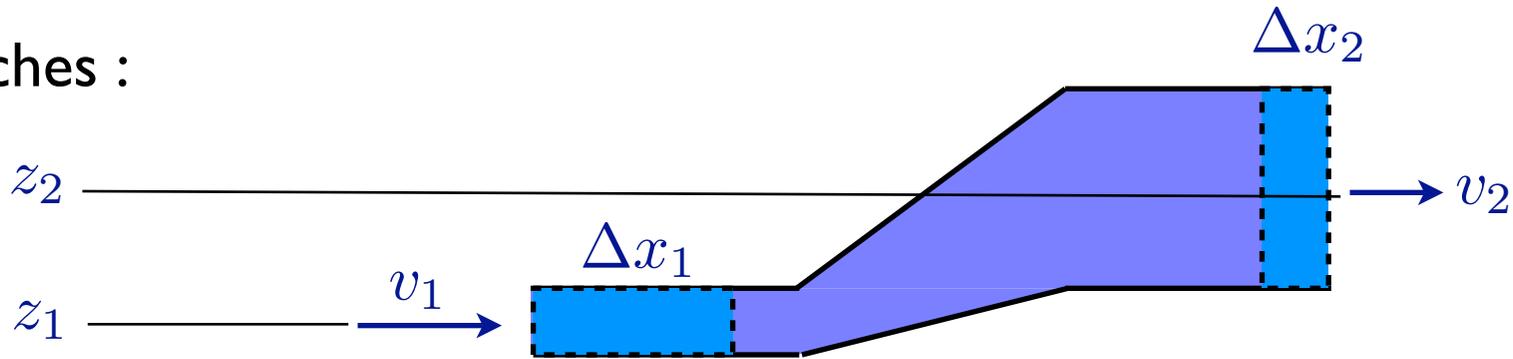
- Filet du robinet :

*Les particules d'eau sont en chute libre :  $v = v_0 + gt$*



# 7. Equation de Bernoulli

- Tranches :



travail :  $W_1 = p_1 A_1 \Delta x_1 = p_1 V$   $W_2 = -p_2 A_2 \Delta x_2 = -p_2 V$   $W_1 + W_2 = (p_1 - p_2)V$

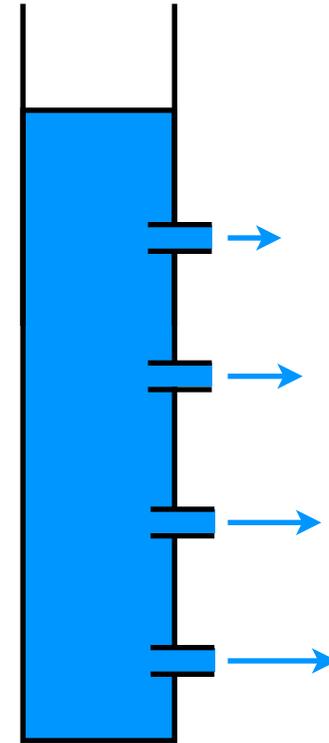
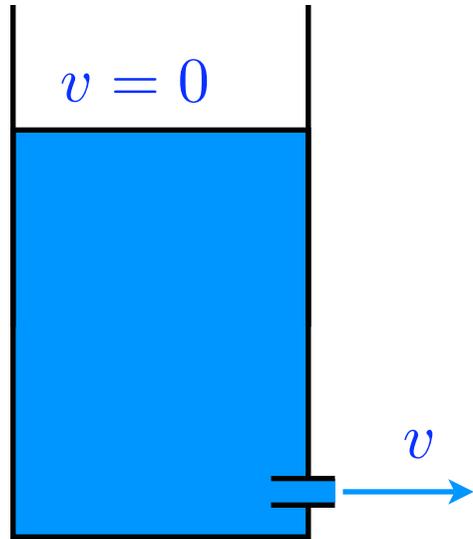
énergie cinétique :  $\Delta K = \frac{1}{2} m v_2^2 - \frac{1}{2} m v_1^2$

énergie potentielle :  $\Delta U = m g z_2 - m g z_1$

$$W = \Delta U + \Delta K \longrightarrow (p_1 - p_2)V = \frac{1}{2} \rho V v_2^2 - \frac{1}{2} \rho V v_1^2 + \rho V g z_2 - \rho V g z_1$$

$$p + \frac{1}{2} \rho v^2 + \rho g z = C$$

- Loi de Torricelli :



*Bernoulli :*  $\rho g h = \frac{1}{2} \rho v^2$

$v = \sqrt{2gh} \longrightarrow$  *c'est une simple chute libre !*

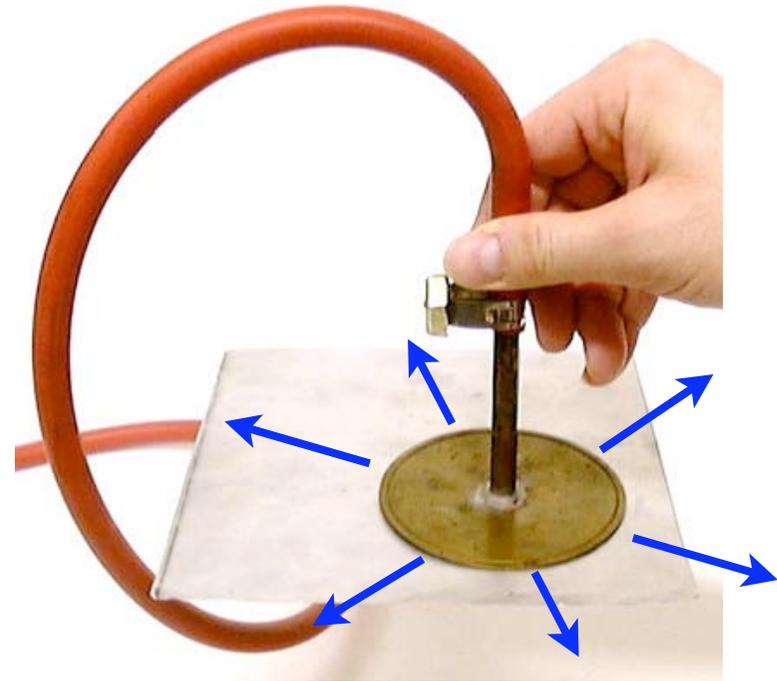
- Effet Venturi

$$\text{Bernoulli simplifié : } \Delta p = -\frac{1}{2} \rho \Delta v^2$$

Une dépression se crée là où le fluide s'écoule rapidement.

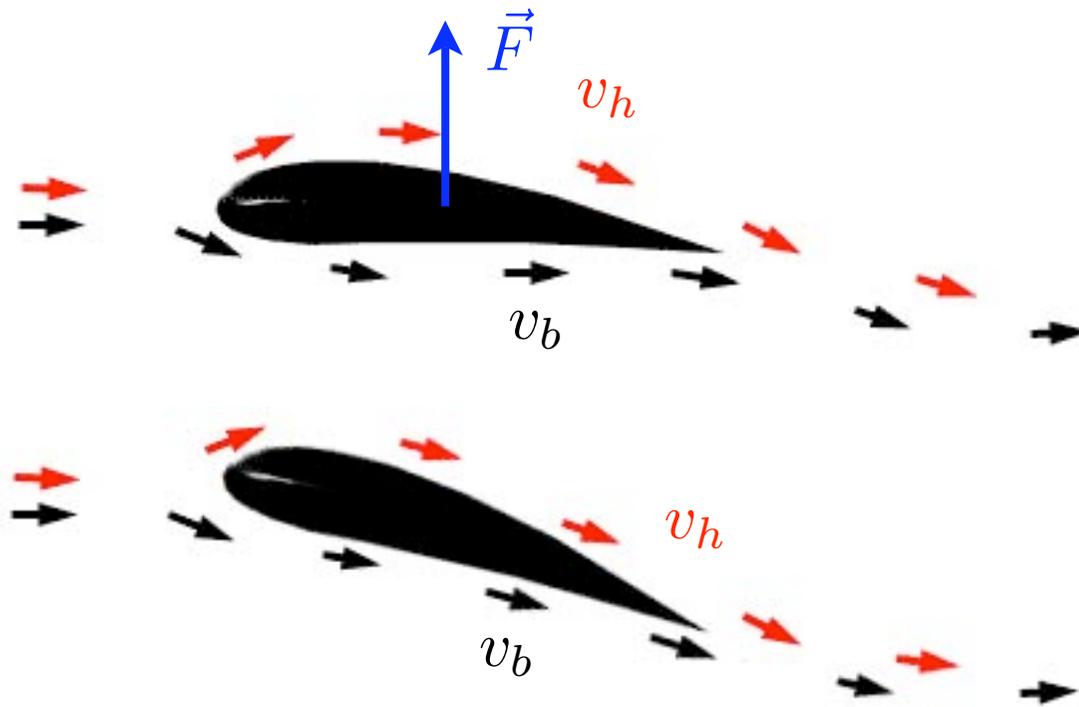
- Expérience : balle de ping-pong :

- Adhésion :



flux d'air

- Portance des ailes d'avions :

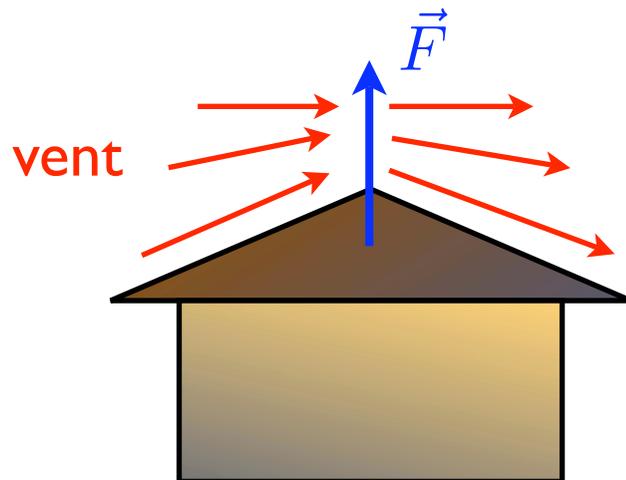


$$v_b < v_h$$

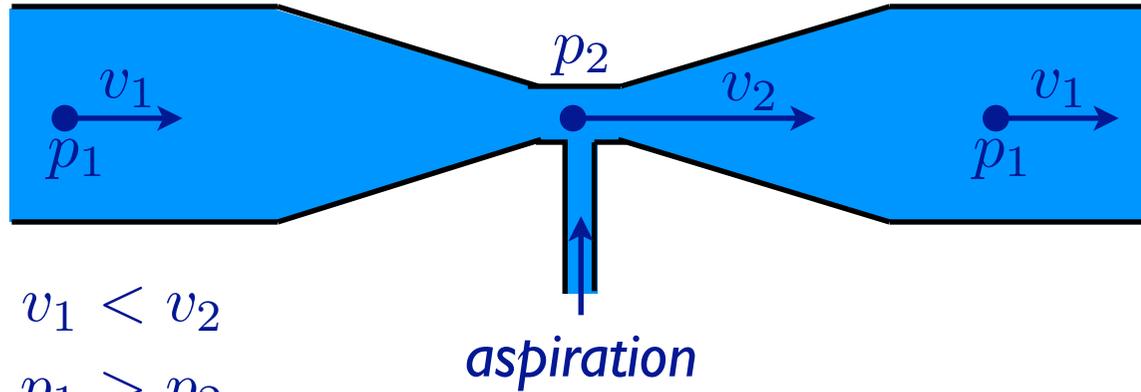
$$p_b > p_h$$

$$v_b \approx v_h$$

- Tempêtes et toitures :



- Tube de Venturi :



- Application : approcher le vide

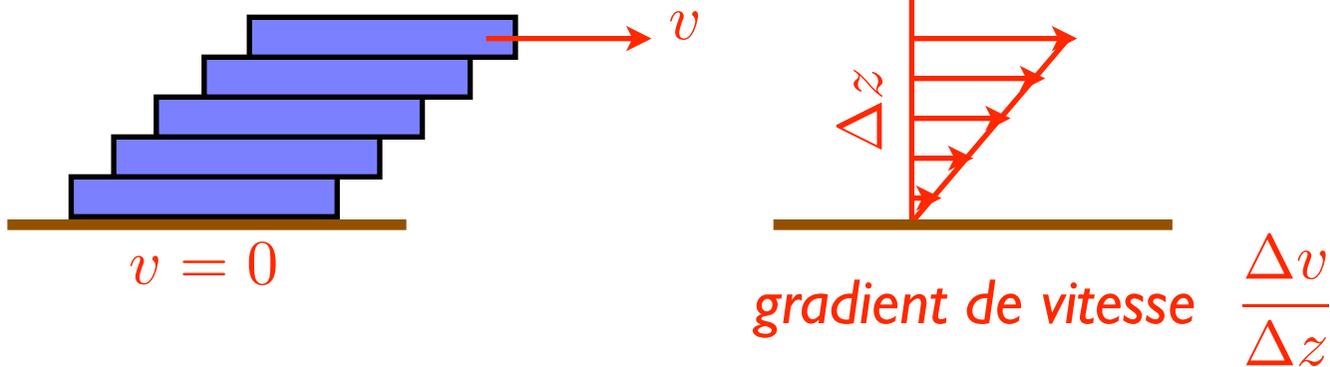


$10^{-2}$  atm

- Autre application : sprays

# 8. Viscosité

- Définition : en écoulement laminaire, des couches de fluide de surface  $S$  glissent les unes sur les autres : *force de frottement entre les couches.*



frottement :

$$F_f = \eta S \frac{\Delta v}{\Delta z}$$

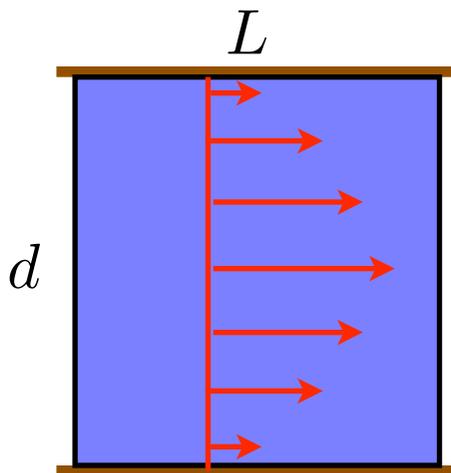
*Les frottements visqueux impliquent une dissipation d'énergie.*

- Unités de la viscosité :  $[\text{Pa s}]$

- Valeurs typiques de la viscosité :

fluide	$\eta$ [Pa s]	$\rho$ [kg/m <sup>3</sup> ]
air	$2 \cdot 10^{-5}$	1.25
eau	$10^{-3}$	1000
huile	0.08	900
miel	$10^3$	-
verre fondu	$10^{12}$	-

- Loi de Poiseuille : débit dans un tube cylindrique



$$Q = \frac{\pi \Delta p d^4}{8 \eta L}$$

*profil de vitesse parabolique*

- Frottement visqueux :

*Un objet sphérique placé dans un fluide en écoulement laminaire subit une force.*

$$F = 6\pi\eta Rv$$

*loi de Stokes*

- Chute dans un fluide visqueux : **vitesse limite**

- Turbulence : les tourbillons produisent une chute de pression

*force de frottement supplémentaire :*

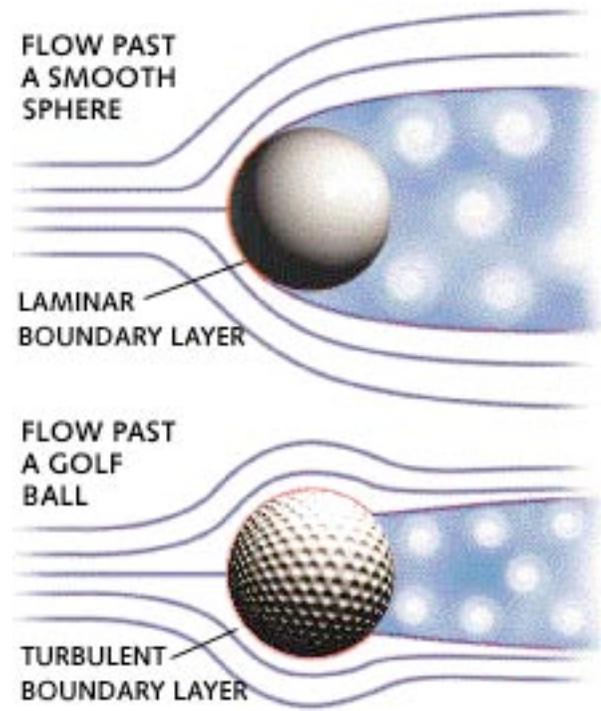
$$F = C \frac{\rho}{2} A v^2$$

*C est le coefficient de résistance qui varie de 0.05 à 1.3*

- Nombre de Reynolds :  
rapport des forces de frottement turbulence/laminaire

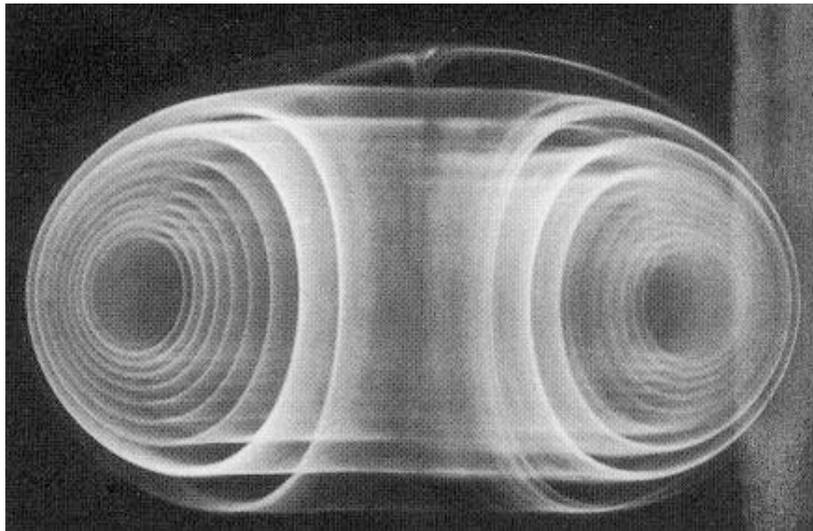
$$Re = \frac{\rho v d}{\eta}$$

- écoulement laminaire si  $Re < 1$
- écoulement turbulent si  $Re > 1$



- Ronds de fumée :

Etna, Sicile.



enroulement !

- Autres anneaux : dans l'eau !



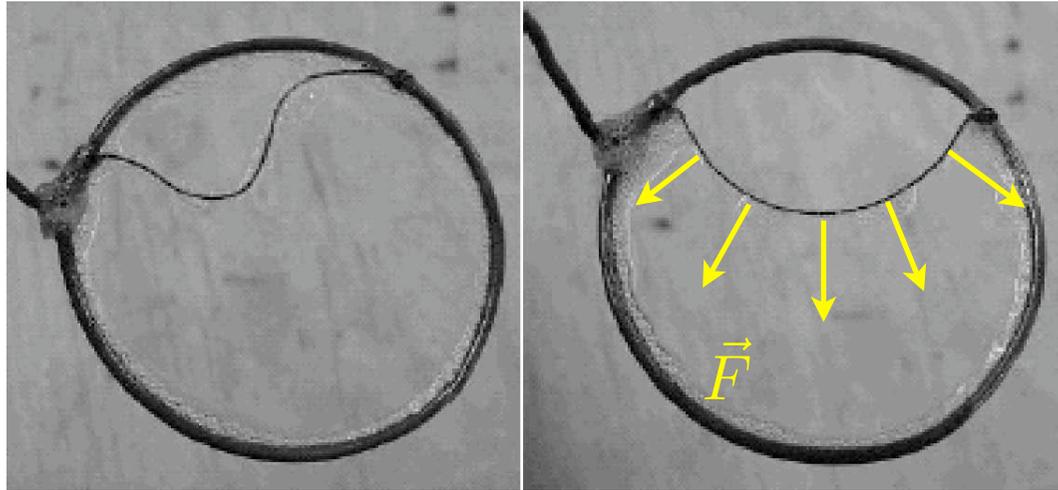
dauphins



PMMH, ESPCI, Paris.

# 9. Tension superficielle

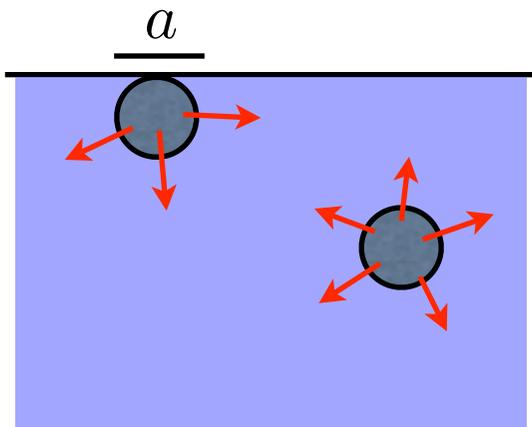
- Définition :



$$F = 2\gamma\ell$$

*force par unité de longueur*

- Origine à l'échelle moléculaire : déficit en énergie de cohésion



$$\gamma \approx \frac{U}{2a^2}$$

*énergie par unité de surface*

- Valeurs typiques : l'eau a une tension superficielle élevée !

liquid	$\gamma$ [N/m]
huile	0,021
eau + savon	0,030
glycérol	0,063
eau	0,072
mercure	0,500

→ *l'ajout de savon diminue*

- Forme idéale des fluides : sphère



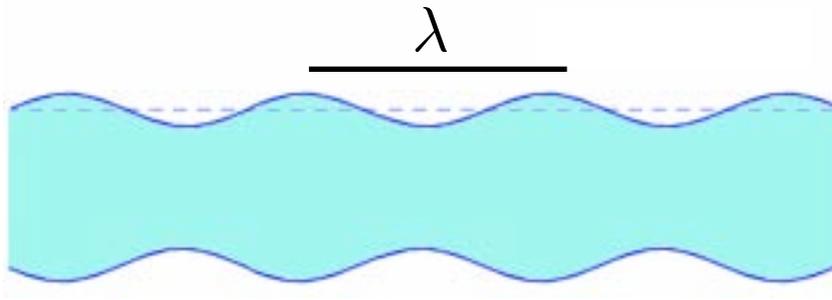
A volume équivalent, la sphère minimise la...

- Instabilité de Plateau-Rayleigh :

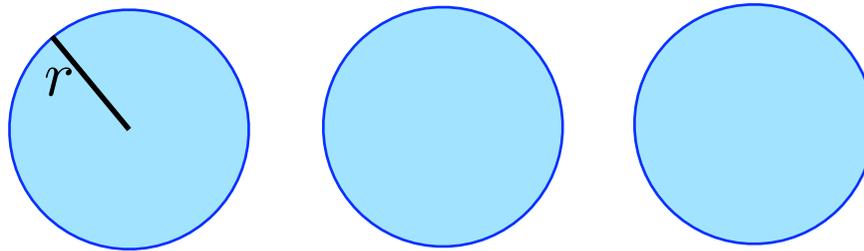
cylindre



instabilité



gouttes



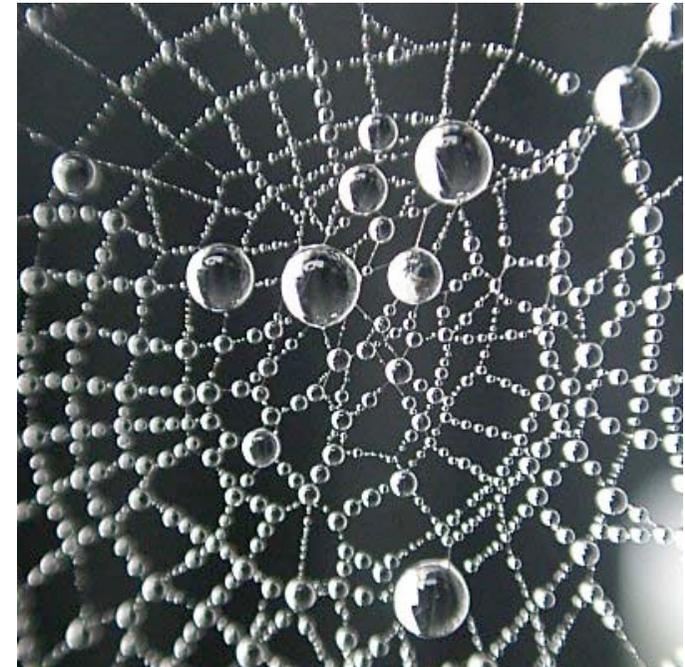
$$V_0 = \pi R^2 L = n \frac{4}{3} \pi r^3 = V_n$$

$$\frac{S_n}{S_0} = \frac{n 4\pi r^2}{2\pi RL}$$

$$r > \frac{3}{2} R$$

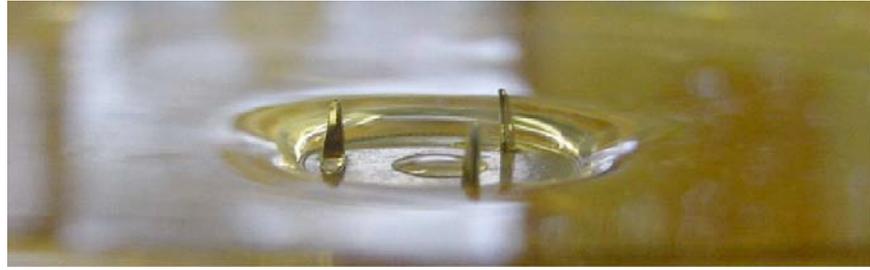
*condition de Plateau*

Un cylindre de liquide se décompose spontanément pour former des gouttelettes.

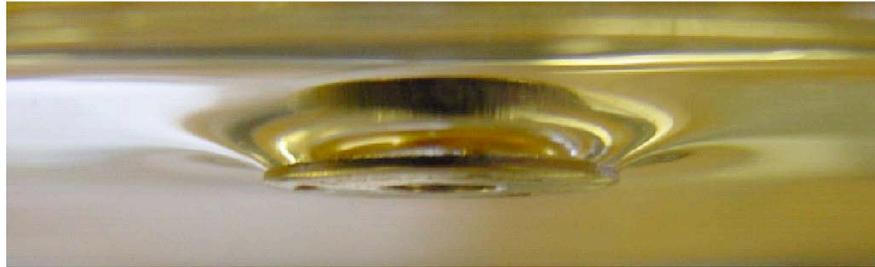


- Expérience du bateau :

- Objets en surface : punaise



*vue du dessus*

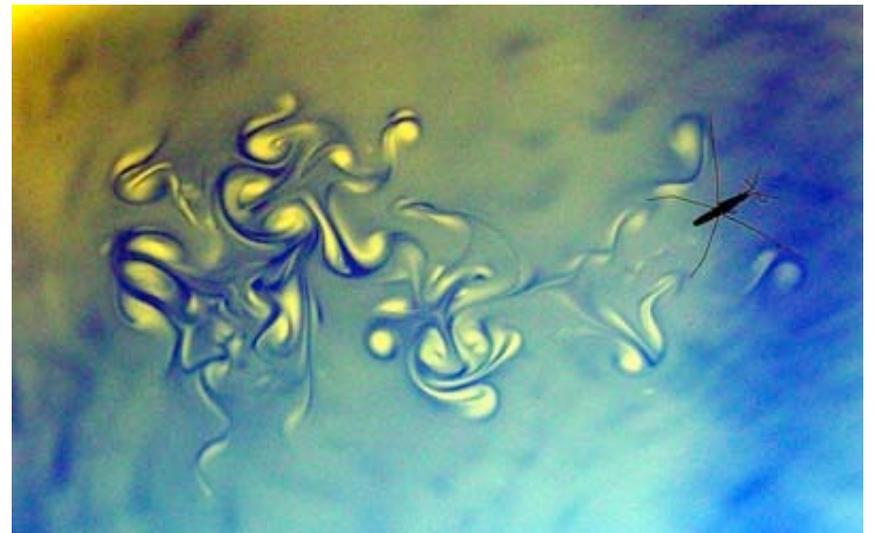


*vue du dessous*

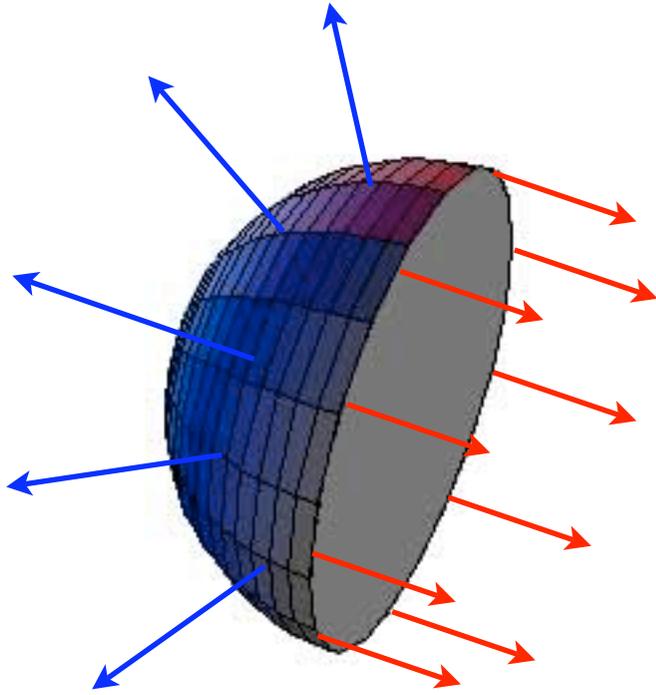
- Insectes surfeurs :



*gerris remigis*



- Loi de Laplace :

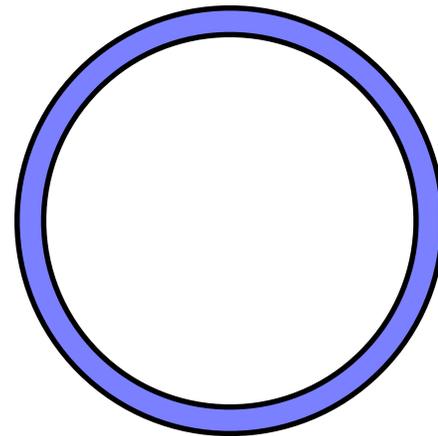


*forces capillaires* = *forces de pression*

$$\Delta p = \frac{2\gamma}{R}$$

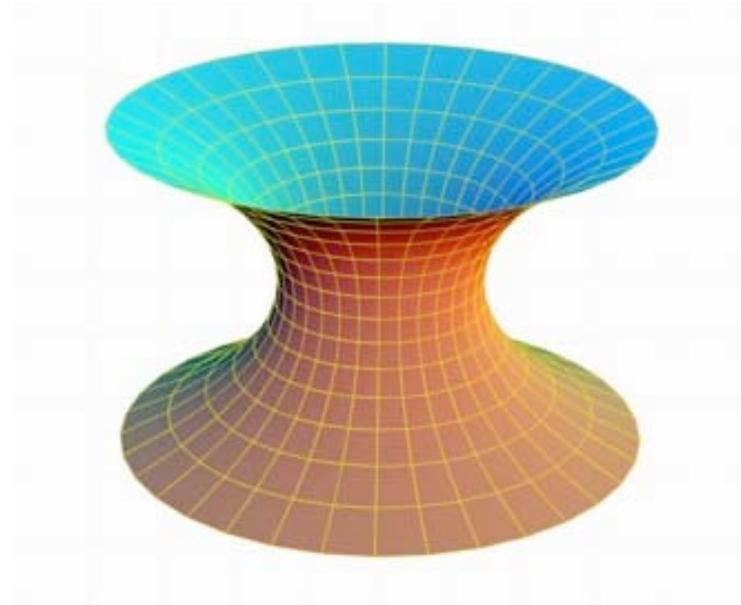
- Bulle de savon : deux interfaces :

$$\Delta p = \frac{4\gamma}{R}$$



- Loi de Laplace généralisée : courbure

$$\Delta p = \gamma \left( \frac{1}{R} + \frac{1}{R'} \right) = \gamma C$$

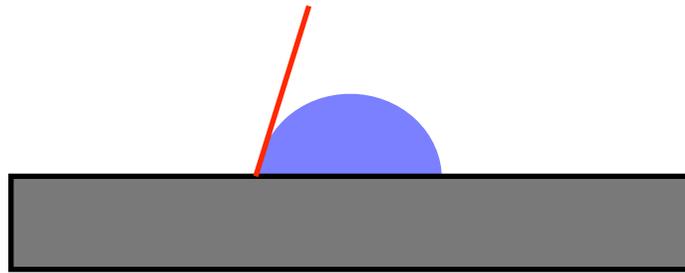


*caténoïde : surface à courbure nulle*

- Adhésion capillaire : châteaux de sable



- Contact liquide/solide :

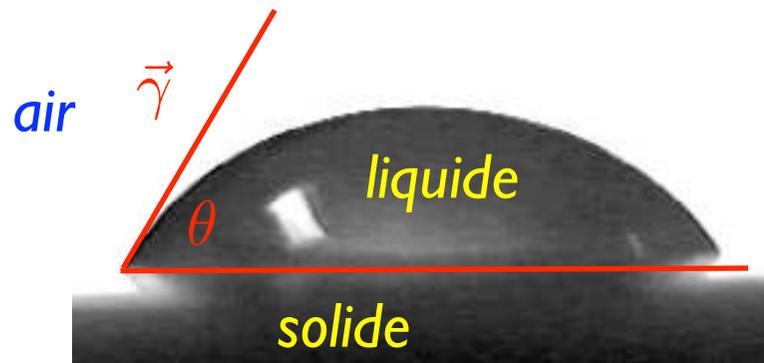


*forme sphérique*



*flaque*

- **Angle de contact** : quelle que soit la taille de la goutte



*jonction triple : air, liquide, solide*

mouillant :	$\theta < 90^\circ$	<i>interaction forte solide /liquide</i>
non-mouillant :	$\theta > 90^\circ$	<i>interaction faible solide/liquide</i>

- Exemples typiques :

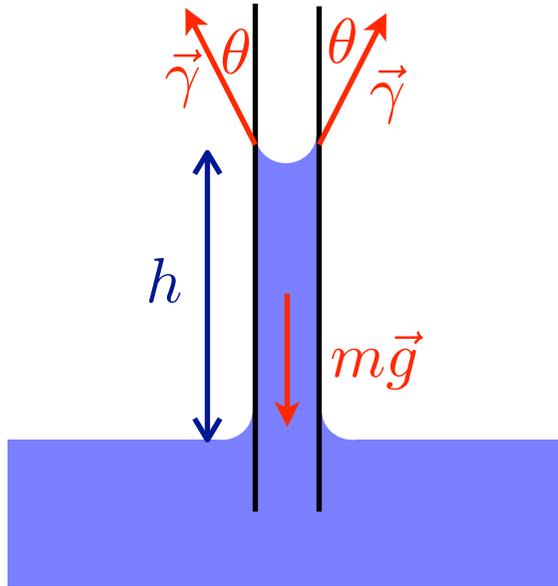
système	angle de contact
eau/verre	15
eau/parafine	115
mercure/verre	140

- Surfaces superhydrophobes : l'eau "glisse" sur ces surfaces



- vêtements imperméables
- pare-brises des voitures
-

- Montée capillaire :



*force capillaire = poids de la colonne de liquide*

$$2\pi R\gamma \cos \theta = f = \rho g V = \rho g \pi R^2 h$$

$$h = \frac{2\gamma \cos \theta}{\rho g R}$$

Loi de Jurin

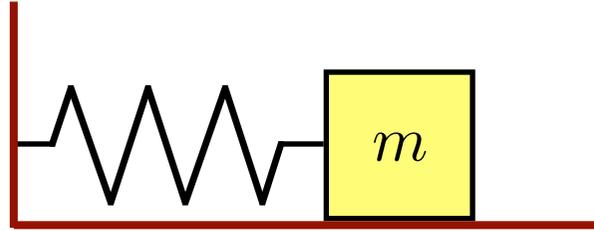


- Remarque : *Pour un liquide non-mouillant, le liquide descend dans le tube !*

# Chapitre 15 : Mouvement harmonique et oscillations

# I. Mouvement du ressort

- Ressort attaché à une masse :



- Mise en équation : évaluer la loi de Hooke et la loi de Newton

$$F = -kx = ma$$

$$a = -\frac{k}{m}x$$

$$\frac{d^2x}{dt^2} = -\frac{k}{m}x$$

équation différentielle

Un mouvement harmonique considère toujours  
une accélération proportionnelle à  $-x$

- Solution :

$$\frac{d^2x}{dt^2} = -\frac{k}{m}x = -\omega^2x$$

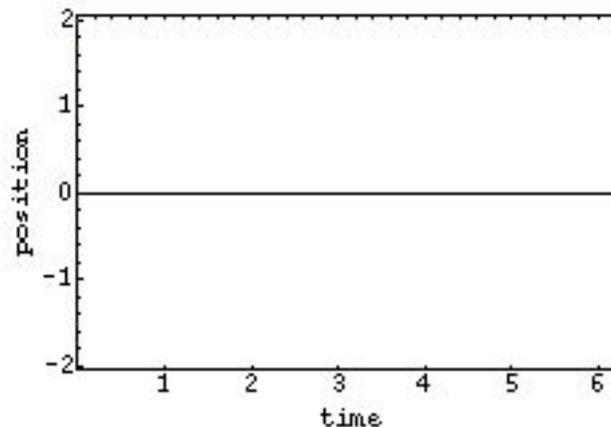
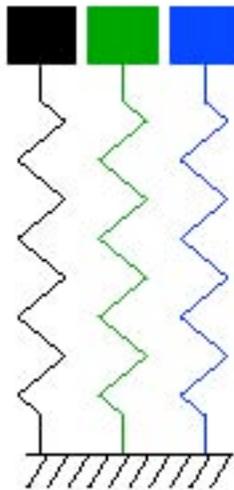
$$x = A \cos(\omega t + \varphi)$$

*vérifier la solution dans l'équation*

$$\omega = \sqrt{\frac{k}{m}}$$

- Paramètres de la solution harmonique :
  - Amplitude  $A$
  - fréquence angulaire  $\omega$
  - phase  $\varphi$

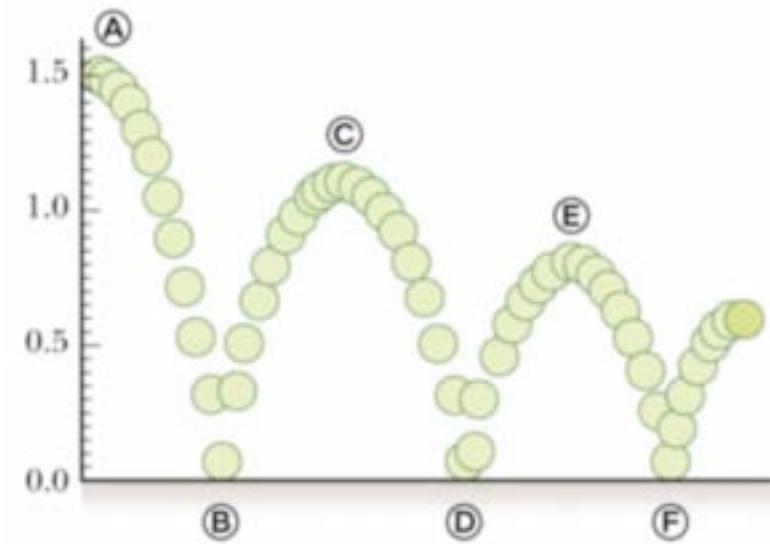
- Animation :



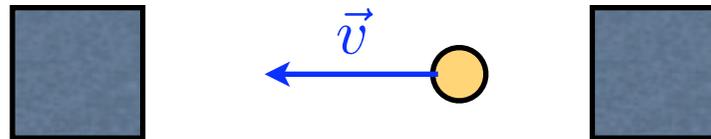
$$k_1 < k_2 < k_3$$

- Oscillations anharmoniques :

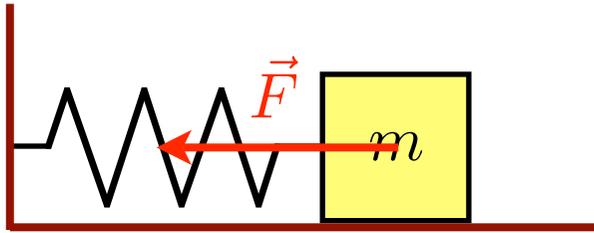
*rebonds d'une balle*



*va-et-vient*

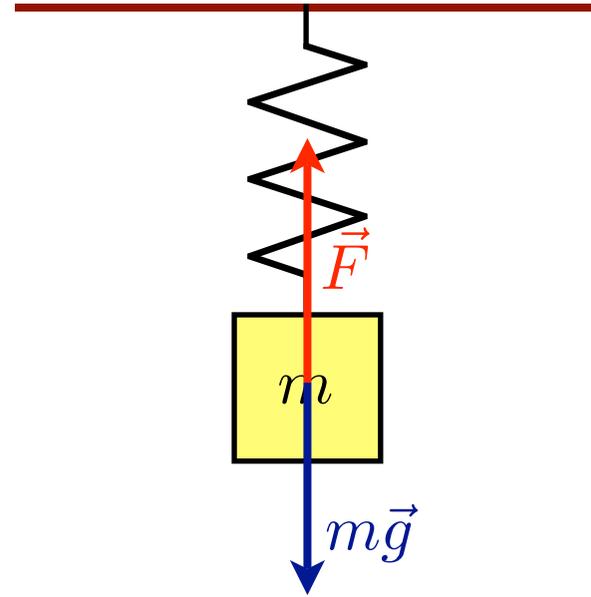


- Effet de la gravité :



$$-kx = ma$$

$$-\omega^2 x = \frac{d^2 x}{dt^2}$$



$$mg - kx = ma$$

$$g - \omega^2 x = \frac{d^2 x}{dt^2}$$

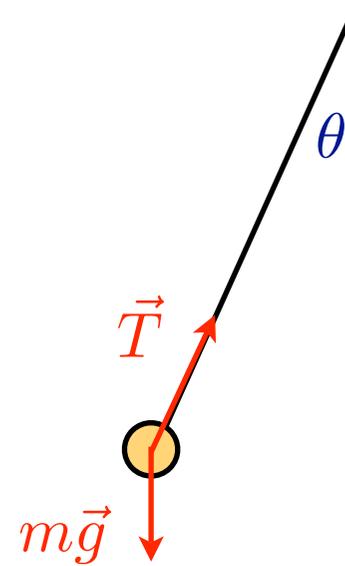
$$z = x - g/\omega^2$$

$$-\omega^2 z = \frac{d^2 z}{dt^2}$$

*La fréquence de vibration ne change pas !*

## 2. Pendules

- Pendule simple :



$$-mg \sin \theta = mL\alpha$$

pendule presque harmonique



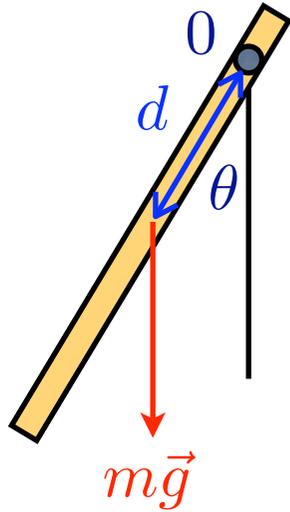
$$-\frac{g}{L} \sin \theta = \frac{d^2\theta}{dt^2}$$



$$\sin \theta \approx \theta$$

$$\omega = \sqrt{\frac{g}{L}}$$

- Pendule composé rigide :



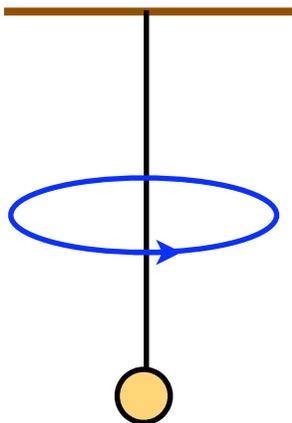
$$-dmg \sin \theta = I\alpha$$

$$-\frac{dmg}{I} \theta \approx \frac{d^2\theta}{dt^2}$$

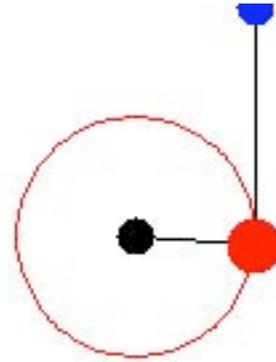
$$\omega = \sqrt{\frac{dmg}{I}}$$



- Pendule de torsion :



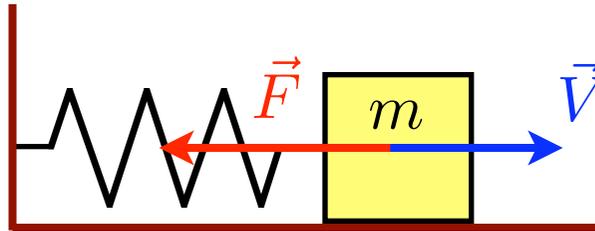
- Pendule double :



chaotique !

### 3. Oscillations amorties

- Ajout d'une force de frottement visqueux :



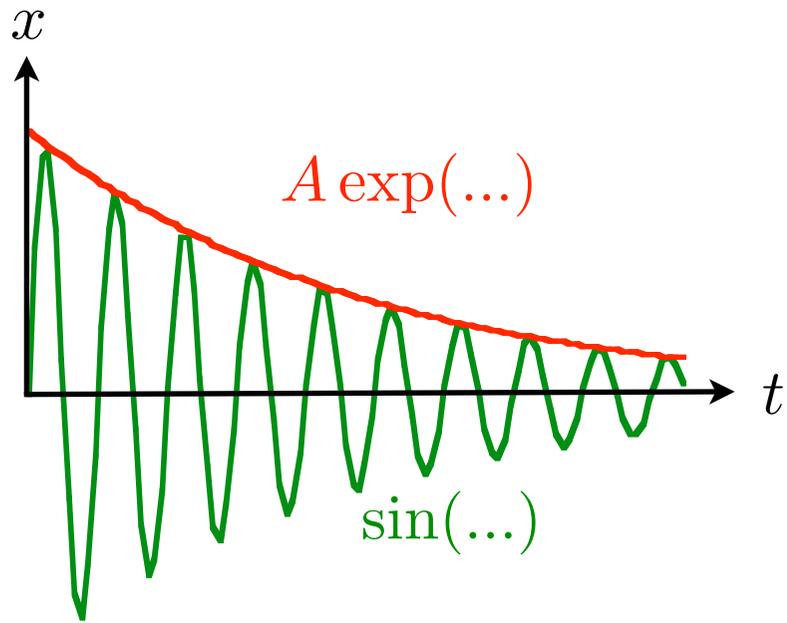
on pose :  $V = -\lambda \frac{dx}{dt}$       fréquence propre :  $\omega_0 = \sqrt{\frac{k}{m}}$

Newton :  $-kx - \lambda \frac{dx}{dt} = m \frac{d^2x}{dt^2}$

solution :  $x = A \exp\left(-\frac{\lambda t}{2m}\right) \sin\left(\sqrt{\omega_0^2 - \left(\frac{\lambda}{2m}\right)^2} t + \varphi\right)$

amplitude  
décroissante

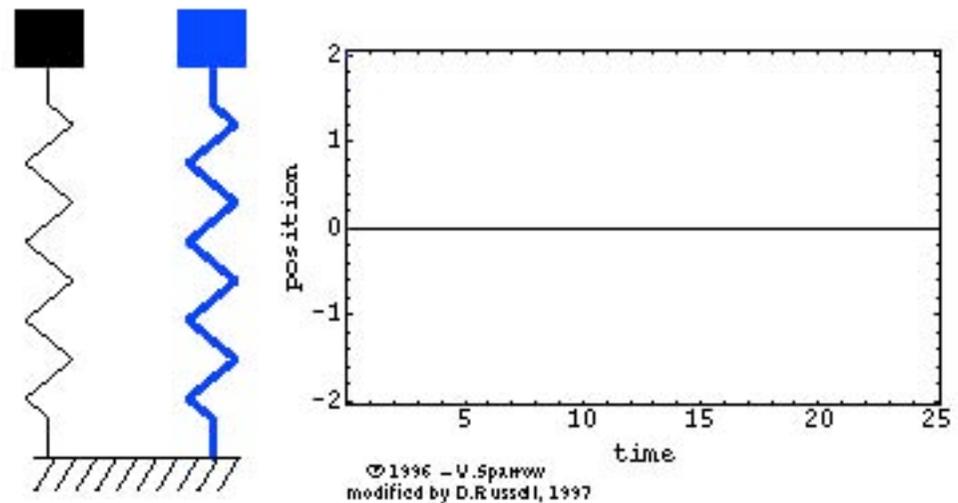
nouvelle période  
constante



régime oscillatoire

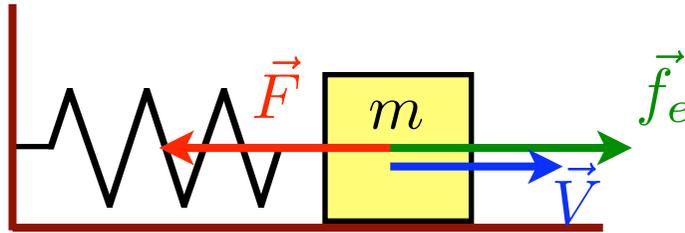
régime critique

régime apériodique



## 4. Résonnance

- Oscillateur amorti forcé : ajout d'une **force excitatrice**



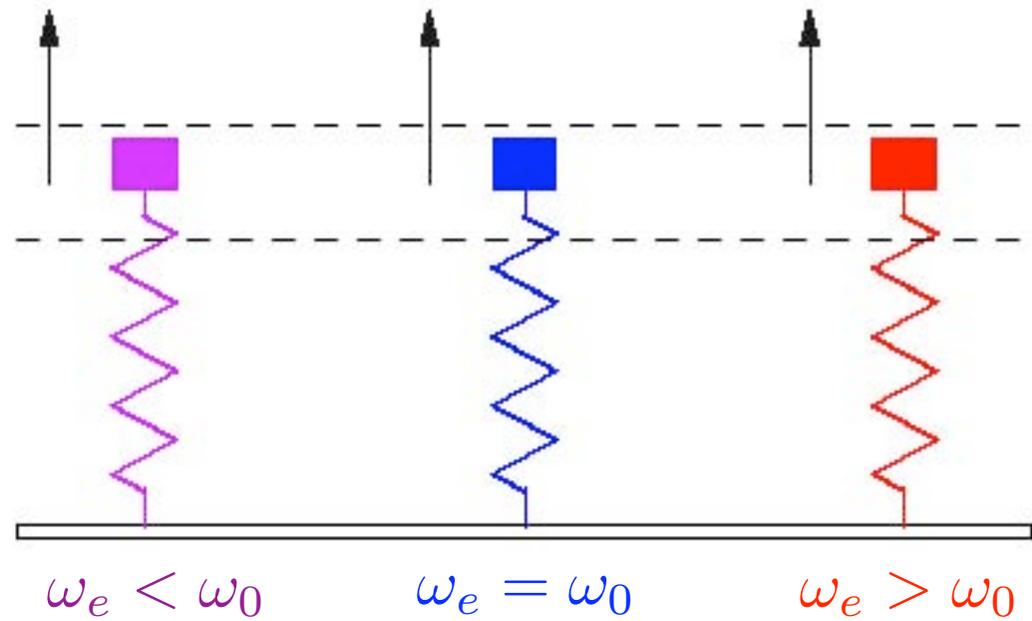
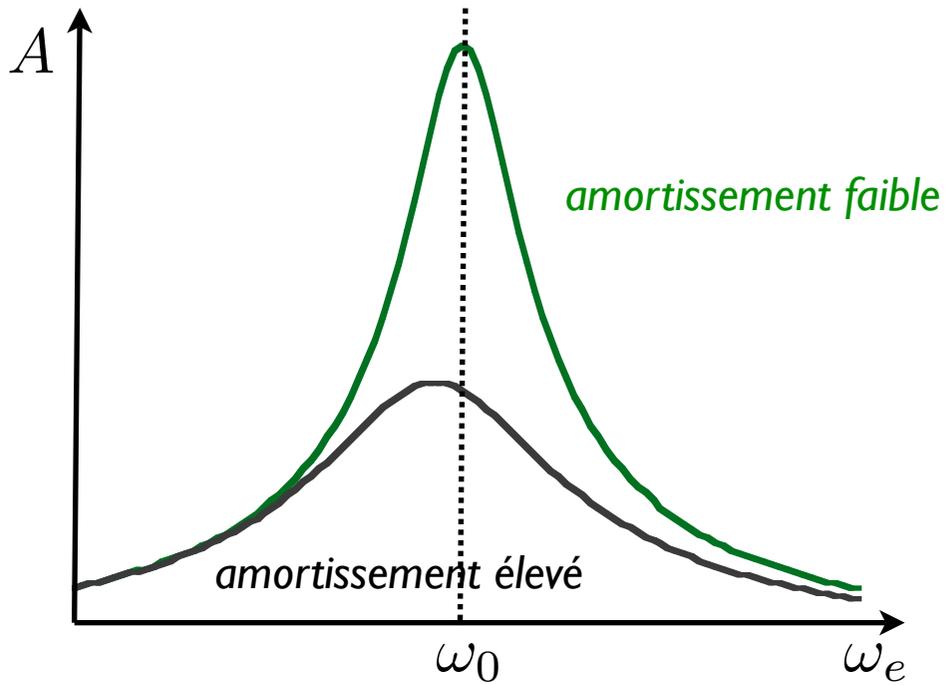
on pose :  $f_e = B \cos(\omega_e t)$       fréquence propre :  $\omega_0 = \sqrt{\frac{k}{m}}$

Newton :  $-kx - \lambda \frac{dx}{dt} + B \cos(\omega_e t) = m \frac{d^2 x}{dt^2}$

solution :  $x = A(\omega_e) \sin(\omega_e t + \varphi(\omega_e))$

amplitude :  $A = \frac{B}{\sqrt{(m\omega_e^2 - k)^2 + \lambda^2 \omega_e^2}}$

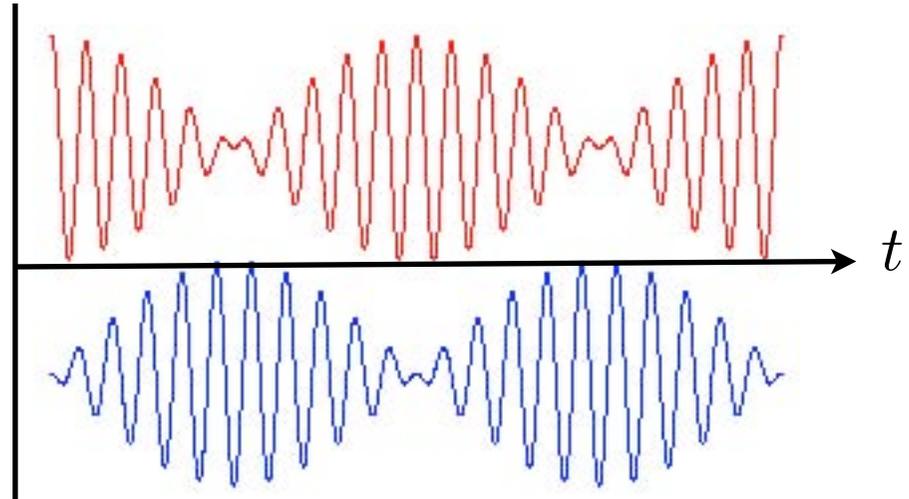
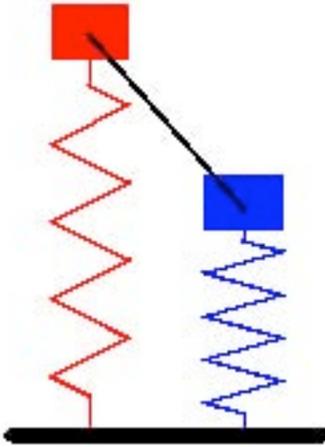
**amplitude maximale quand  $\omega_e = \omega_0$**



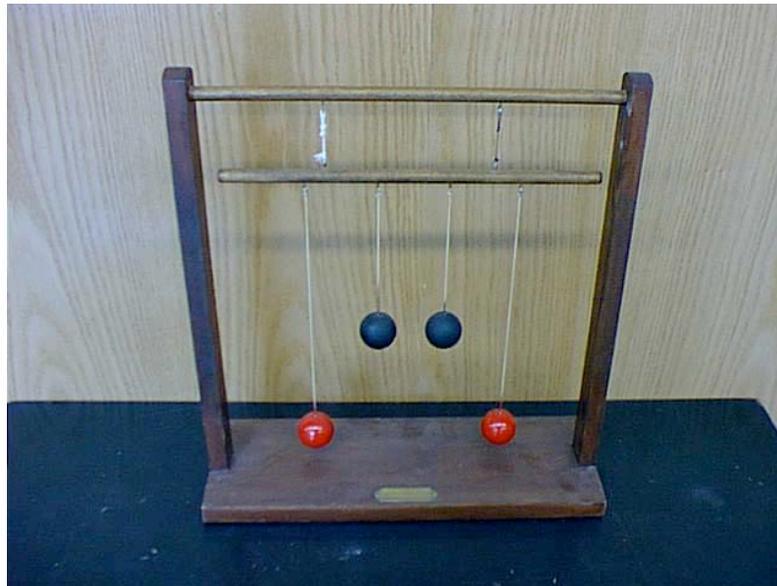
Un transfert d'énergie maximal est obtenu lorsque la sollicitation a la même fréquence que la fréquence propre.

C'est la résonance.

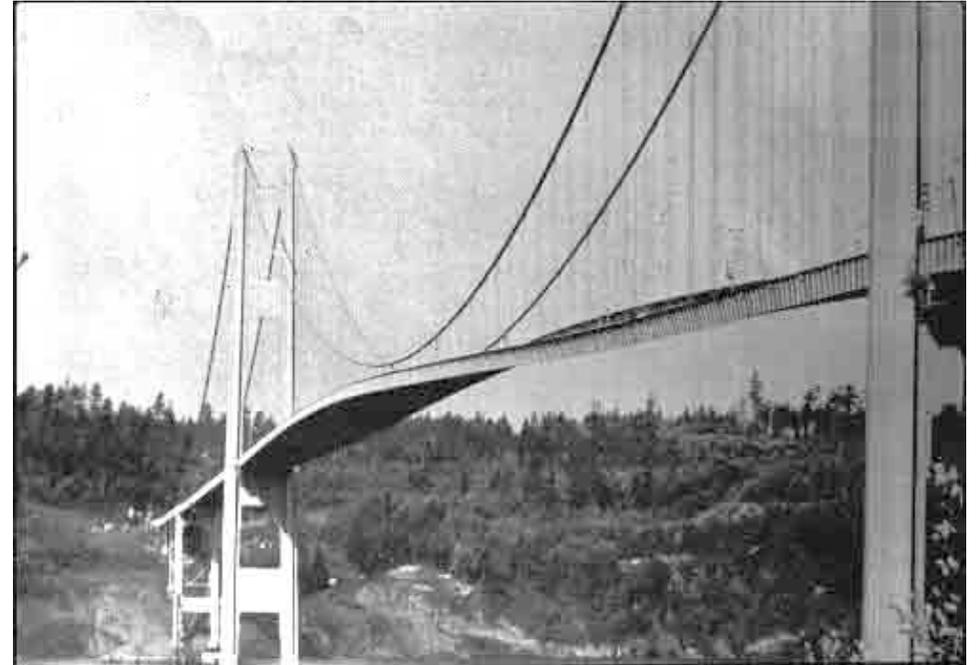
- Oscillateurs couplés :



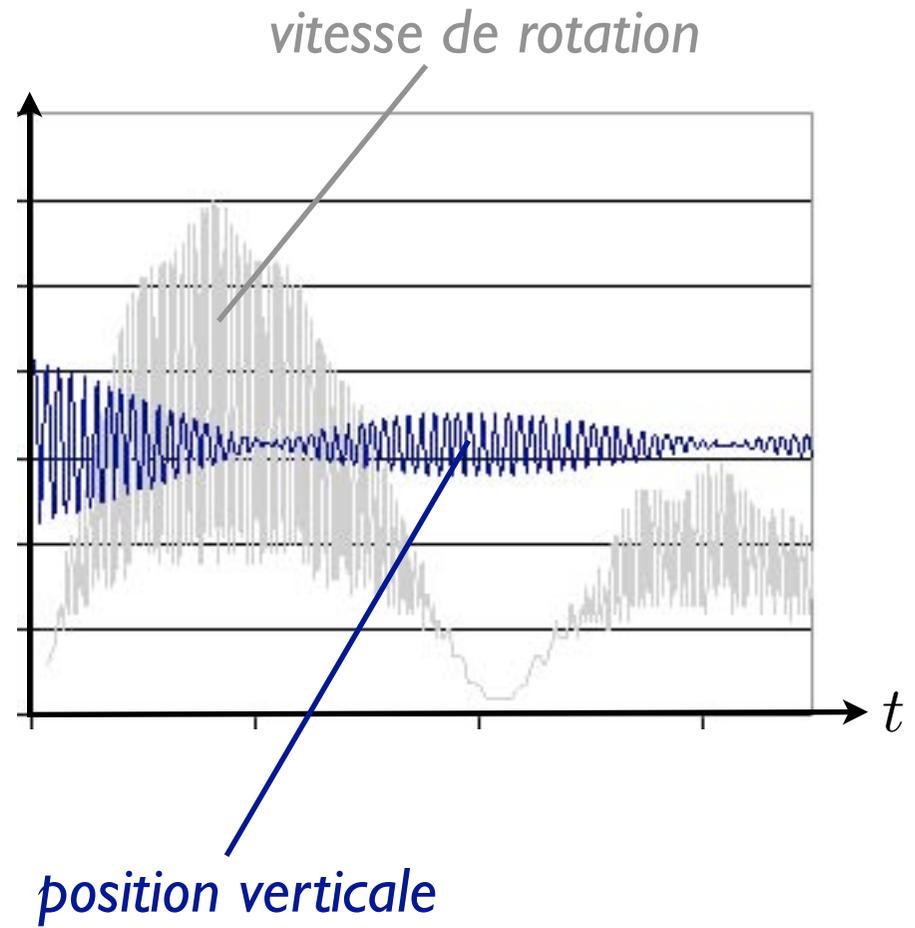
- Pendules couplés :



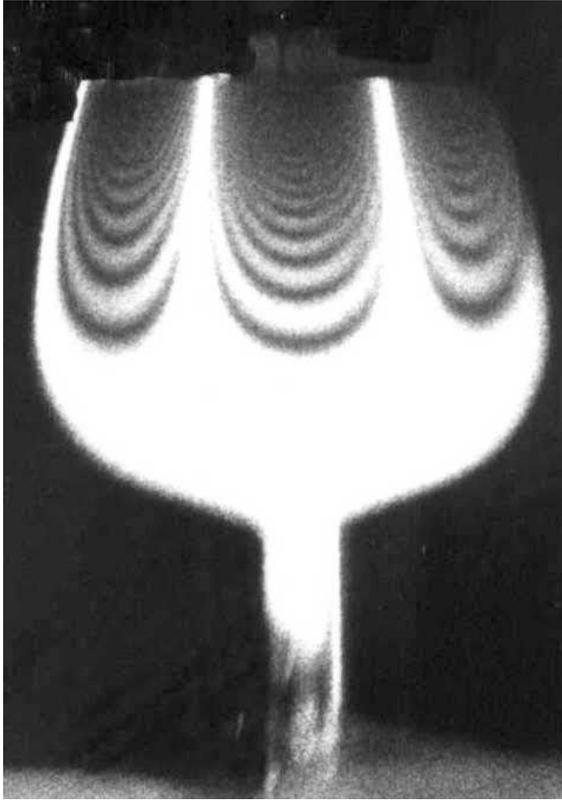
- Le pont de Tacoma : **date?**



- Le pendule de Wilberforce :



- Le verre à vin :



## 5. Energie d'un oscillateur harmonique

- Prenons le ressort comme oscillateur harmonique modèle :

$$U = \frac{1}{2}kx^2 \quad x = A \sin(\omega t + \varphi)$$

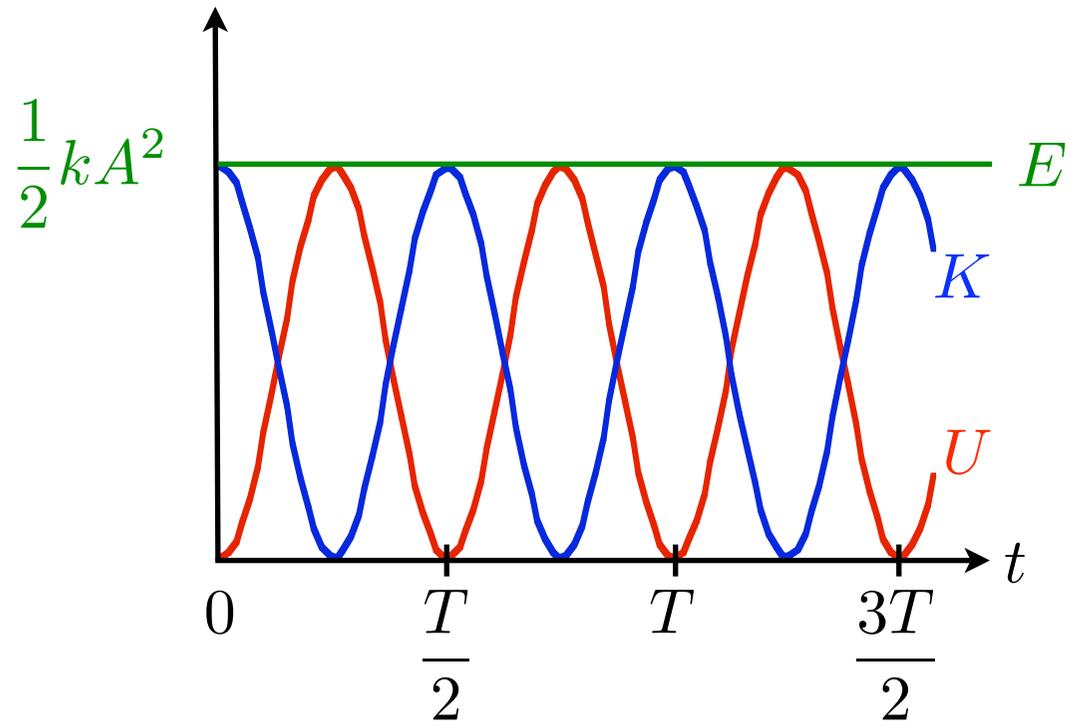
$$K = \frac{1}{2}mv^2 \quad v = A\omega \cos(\omega t + \varphi)$$

$$E = U + K = \frac{1}{2}kA^2 [\sin^2(\omega t + \varphi) + \cos^2(\omega t + \varphi)] \quad \text{car} \quad \omega^2 = k/m$$

$$E = \frac{1}{2}kA^2$$

*L'énergie totale d'un oscillateur est constante et proportionnelle au carré de l'amplitude.*

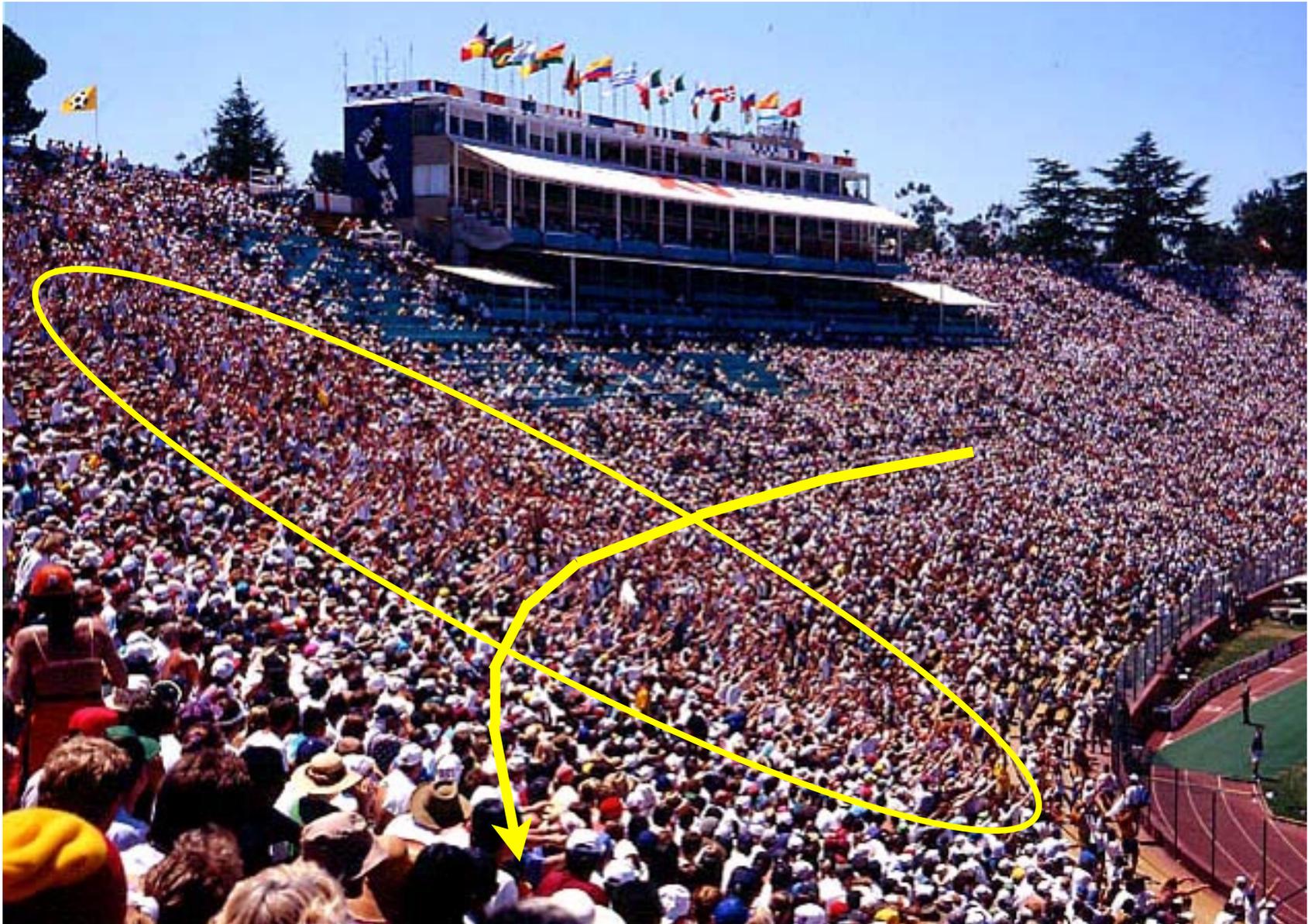
- Représentation graphique :



# Chapitre 16 : Propagation d'ondes

# I. Définition

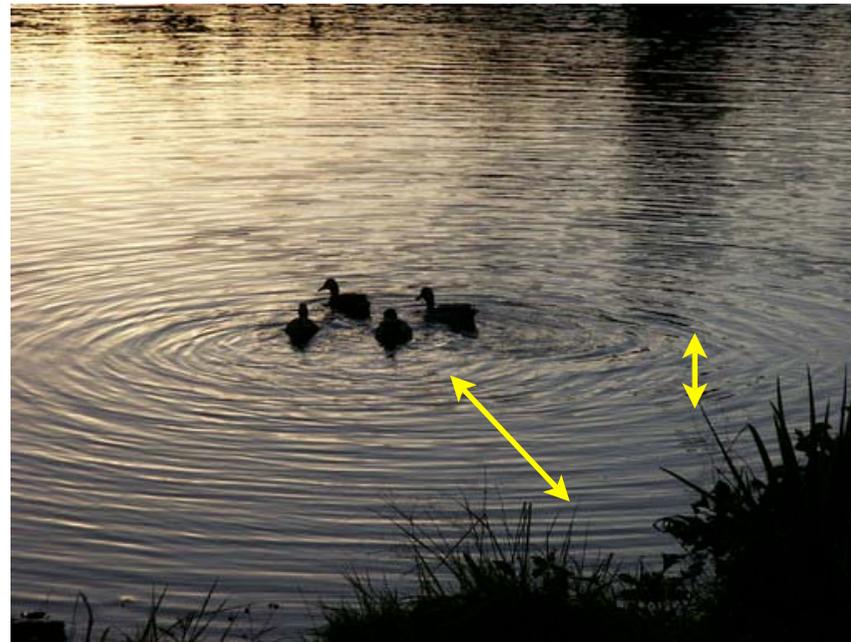
- Onde : vibration qui se propage dans un milieu



*Mexican wave*

- Ondes de surfaces :

2 informations :  longueur d'onde  $\lambda$   
période  $T$

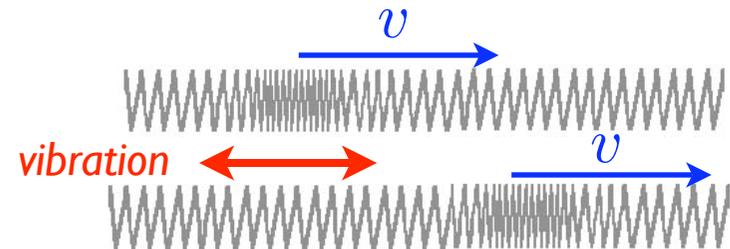


- Caractéristiques :
  - pulse** = élément d'une onde
  - train** = succession de pulses
  - front** = premier pulse

## 2. Types d'ondes

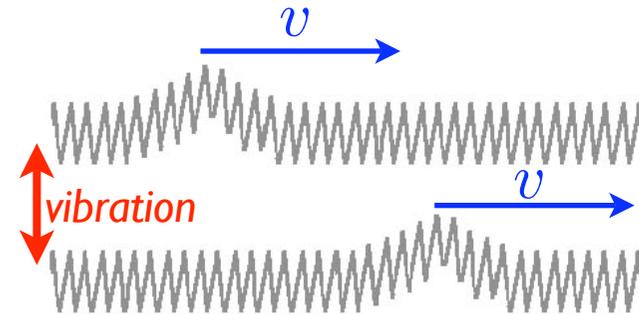
- Ondes longitudinales (L)

- ondes acoustiques
- ondes sismiques
- files d'attente  
*[ondes de compression]*



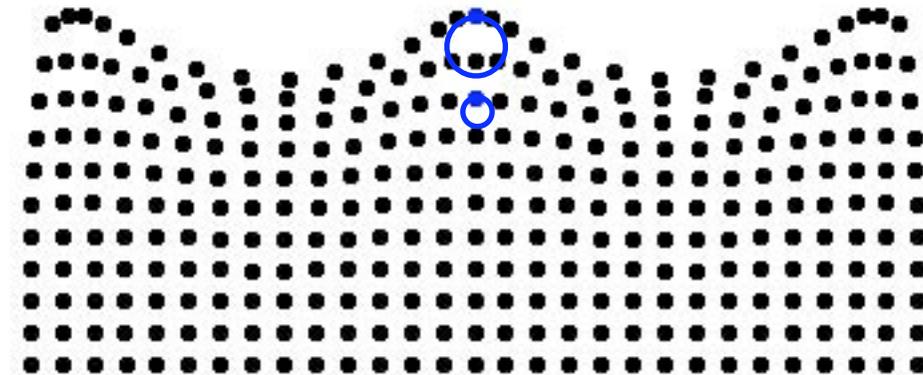
- Ondes transversales (T)

- ondes électromagnétiques (lumière)
- ondes sismiques
- cordes d'un guitare  
*[ondes de cisaillement]*



- Composition (L+T)

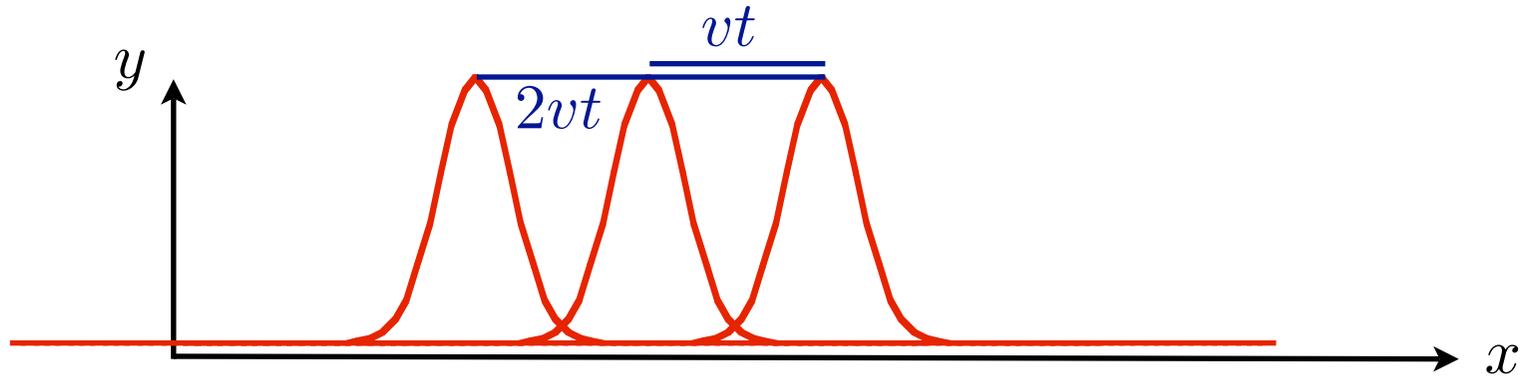
- vagues
- 



*trajectoires circulaires*

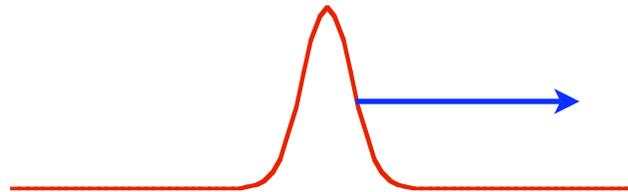
### 3. Déplacement d'ondes

- Déplacement d'un pulse :

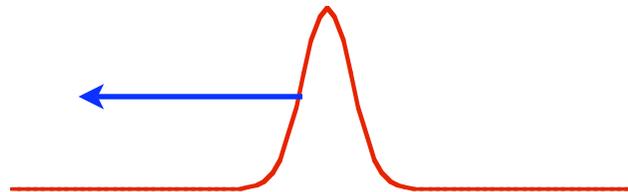


- Formulation mathématique d'une onde :

$$y = f(x - vt)$$

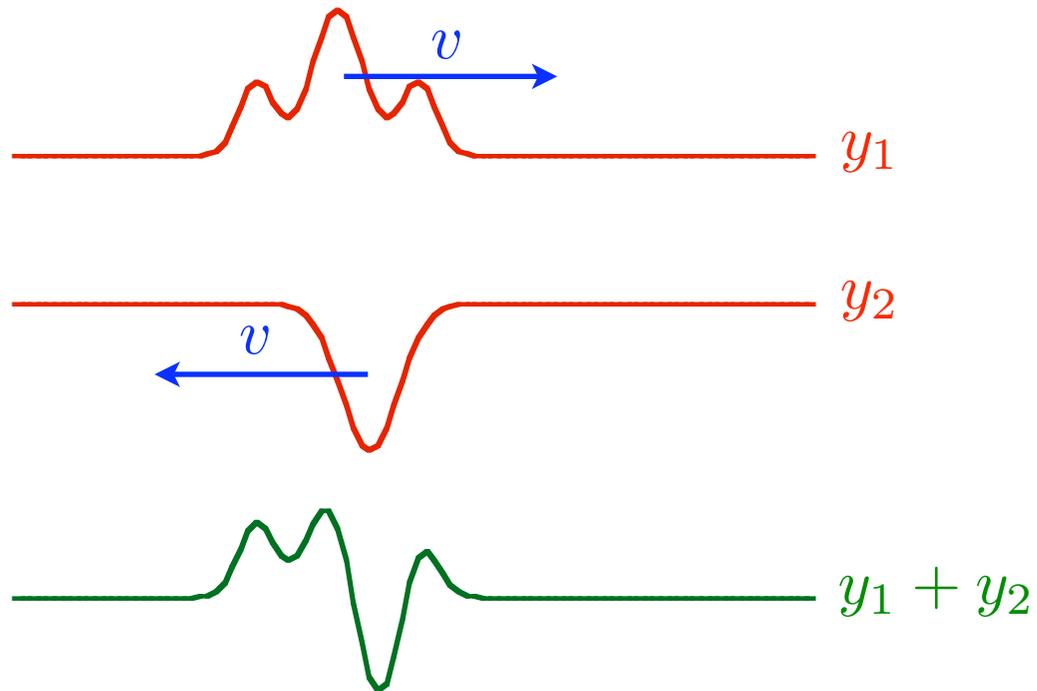


$$y = f(x + vt)$$



## 4. Superposition des ondes

- Slinky :



- Principe de superposition :

Les amplitudes s'additionnent :

$$y = y_1 + y_2$$

# 5. Réflexion d'ondes

- 2 cas distincts :

brin fixe : onde renversée



*action-réaction*

brin libre : onde réfléchi



- Exemples :

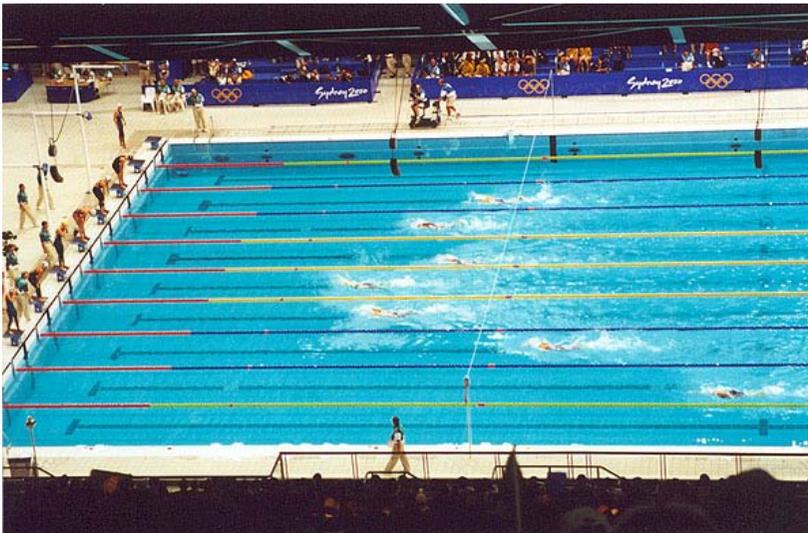
- câbles haute tension



*oscillations*

*galop*

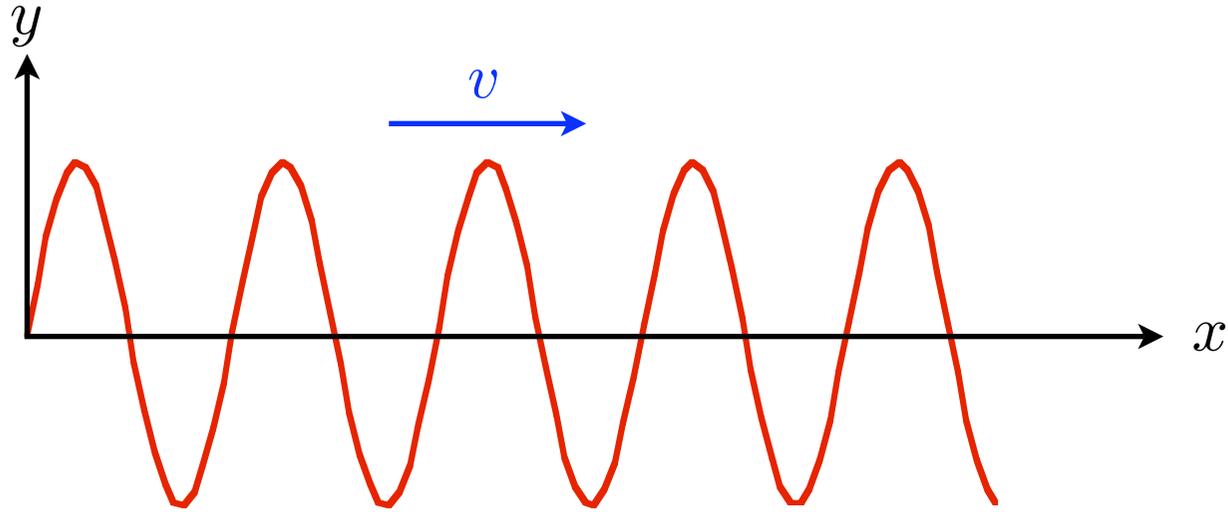
- piscine olympique



*vagues dans les couloirs*

*flotteurs*

## 6. Ondes sinusoïdales



$$y = A \sin \left( \frac{2\pi}{\lambda} (x - vt) \right)$$

périodicité spatiale

position

$$y = A \sin (kx - \omega t)$$

$$k = \frac{2\pi}{\lambda}$$

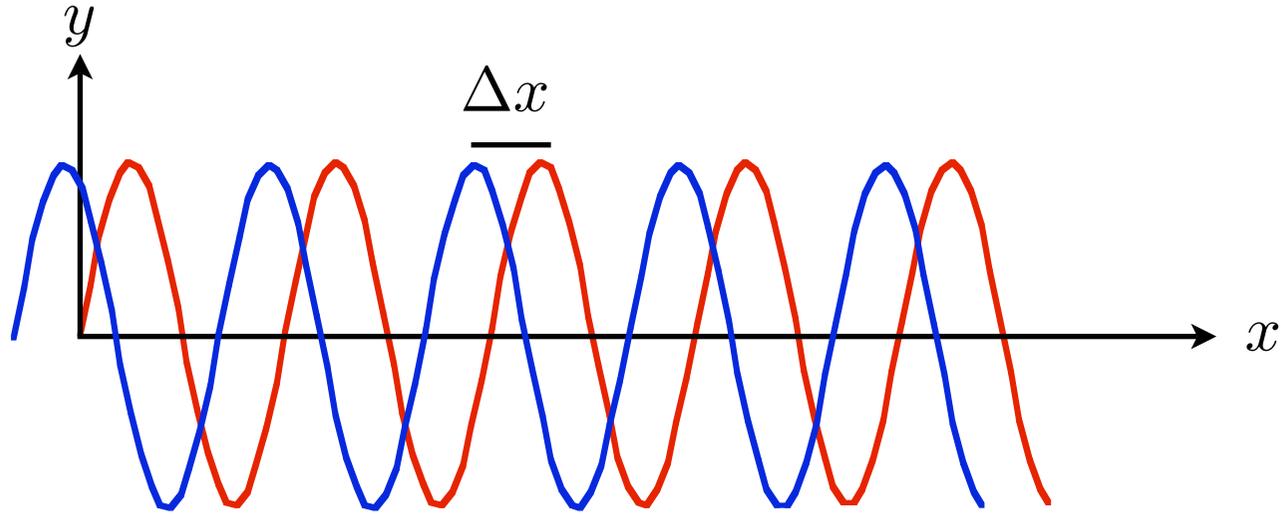
nombre d'onde

$$\omega = \frac{2\pi}{T}$$

fréquence angulaire

$$v = \frac{\lambda}{T}$$

- Déphasage : - spatial



$$y = A \sin(kx - \omega t)$$

$$y = A \sin(kx - \omega t + \varphi)$$

$$\varphi = 2\pi \frac{\Delta x}{\lambda}$$

- temporel

idem mais décalage dans le temps :  $\varphi = 2\pi \frac{\Delta t}{T}$

# 7. Onde et transfert d'énergie

- Rôle d'une onde :



*Une onde transporte de l'énergie !*

- Onde sinusoïdale :

$$y = A \sin(kx - \omega t)$$

$$v_y = \frac{dy}{dt} = -A\omega \cos(kx - \omega t)$$

$$a_y = \frac{dv_y}{dt} = -A\omega^2 \sin(kx - \omega t)$$

chaque portion de l'onde suit un mouvement harmonique vertical

$$dm = \mu dx$$

- bilan d'énergie pour une portion de matière

$$dK = \frac{1}{2} dm v_y^2 = \frac{1}{2} (\mu dx) v_y^2$$

$$dK = \frac{1}{2} \mu [A\omega \cos(kx - \omega t)]^2 dx$$

si  $t = 0$  on photographie l'onde et on calcule

$$K_\lambda = \int_0^\lambda dK = \int_0^\lambda \frac{1}{2} \mu \omega^2 A^2 \cos^2 kx dx = \frac{1}{4} \mu \omega^2 A^2 \lambda$$

qui est l'énergie cinétique contenue dans un élément de l'onde

de même, 
$$U_\lambda = \frac{1}{4} \mu \omega^2 A^2 \lambda$$

$$E_\lambda = U_\lambda + K_\lambda = \frac{1}{2} \mu \omega^2 A^2 \lambda$$

*Energie transportée proportionnelle au carré de la fréquence  
et au carré de l'amplitude.*

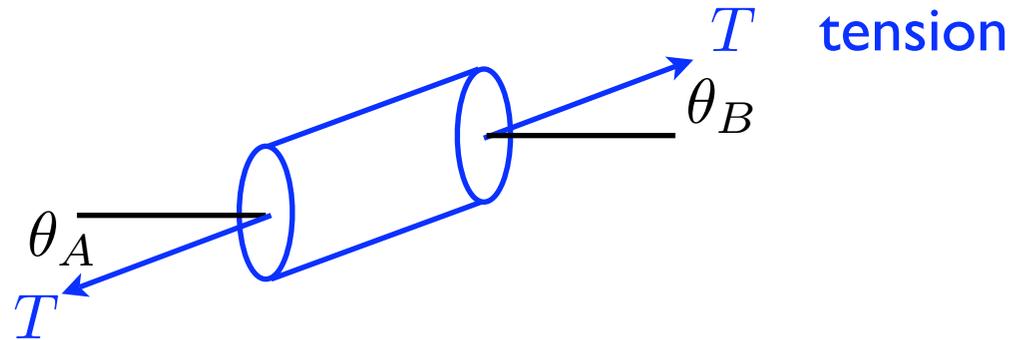
- puissance :

$$P = \frac{E_\lambda}{T} = \frac{1}{2} \mu \omega^2 A^2 v$$

représente le taux d'énergie transportée dans une onde sinusoïdale.

## 8. Equation d'onde

- Décrire le mouvement d'une portion de corde AB.



$$\sum F_y = T \sin \theta_B - T \sin \theta_A \approx T(\tan \theta_B - \tan \theta_A)$$

$$\sum F_y = T \left[ \left( \frac{\partial y}{\partial x} \right)_B - \left( \frac{\partial y}{\partial x} \right)_A \right]$$

Newton : 
$$\sum F_y = ma_y = \mu dx \left( \frac{\partial^2 y}{\partial t^2} \right)$$

$$\frac{\mu}{T} \left( \frac{\partial^2 y}{\partial t^2} \right) = \frac{(\partial y / \partial x)_B - (\partial y / \partial x)_A}{dx}$$

- On obtient une équation aux dérivées partielles :

$$\frac{\mu}{T} \left( \frac{\partial^2 y}{\partial t^2} \right) = \frac{\partial^2 y}{\partial x^2}$$

*l'onde sinusoïdale est bien une solution de cette équation*

$$y = A \cos(kx - \omega t)$$

avec  $k^2 = \frac{\mu}{T} \omega^2$

- Ainsi, la vitesse d'une onde est donnée par :

$$v = \sqrt{\frac{T}{\mu}}$$

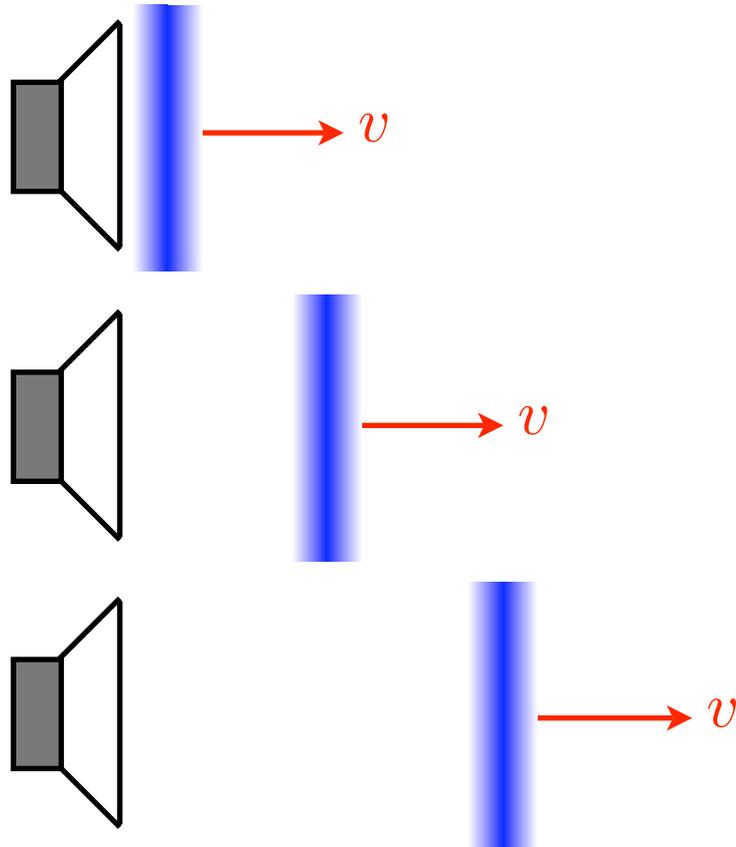


$$\frac{\partial^2 y}{\partial x^2} = \frac{1}{v^2} \frac{\partial^2 y}{\partial t^2}$$

# Chapitre 17 : Ondes acoustiques

# I. Nature des ondes acoustiques

- Ondes acoustiques = ondes de compression



*la membrane du haut-parleur comprime localement l'air...*

- Vitesse du son

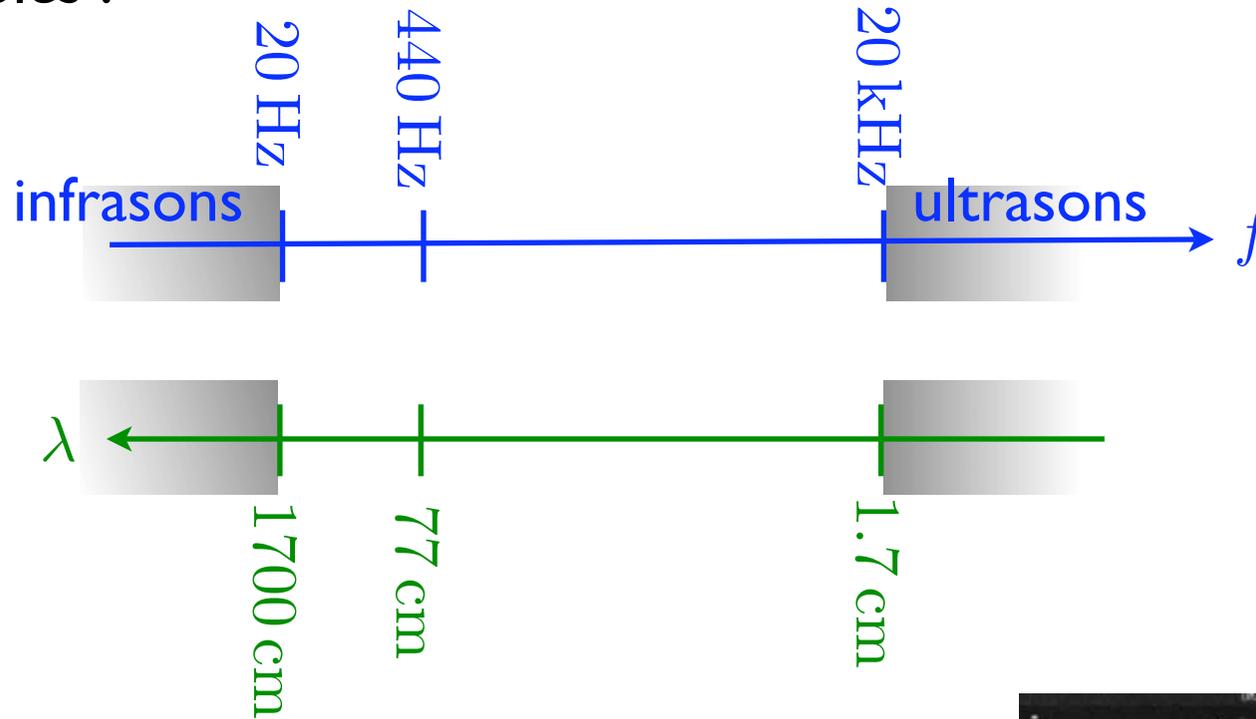
	milieu	$v$ [m/s]	
gaz	air (0°C)	331	→ effet de T
	air (20°C)	343	
	He	972	→ "Mickey"
liquides	eau	1493	→ échographie
	Hg	1450	
solides	diamant	12000	
	verre	5640	
	or	3240	→ milieu déformable

*plus le milieu est déformable, plus la vitesse diminue*

## 2. Ondes sonores sinusoïdales

- Définition :  $\Delta p = \Delta p_{max} \sin(kx - \omega t)$  (variations de pression)

- Sons audibles :



- Réflexion : échos



# 3. Puissance sonore

- Définition : **intensité**

$$I = \frac{P}{A}$$

- Niveau sonore :

$$B = 10 \log \left( \frac{I}{I_0} \right)$$

- Seuil audible :  $I_0 = 10^{-12} \text{ W/m}^2$

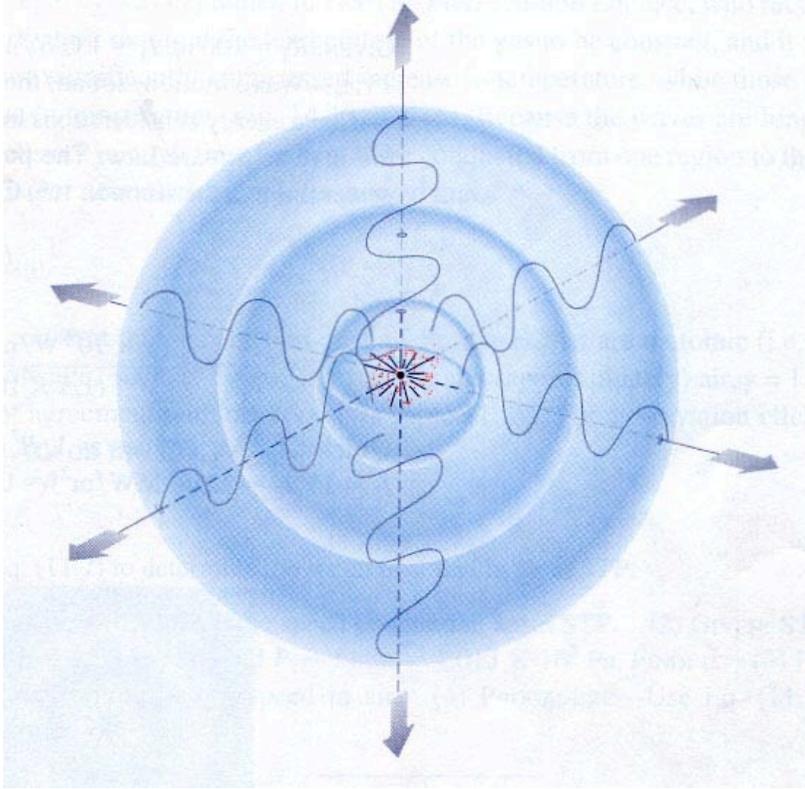
bruit	$B$ [dB]	$I$
avion	150	$10^{15} I_0$
concert	120	$10^{12} I_0$
trafic	80	$10^8 I_0$
moustique	50	$10^5 I_0$
seuil	0	$I_0$

- Exemple :
  - un violon  $I$
  - 10 violons  $10I$   $\Delta B = 10 \text{ dB}$
  - 20 violons  $20I$



## 4. Ondes sphériques et ondes planes

- Ondes sphériques :



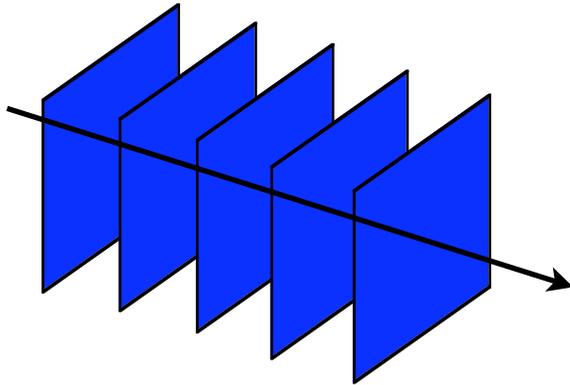
$$I = \frac{P}{A} = \frac{P}{4\pi r^2}$$

L'intensité diminue en  $\frac{1}{r^2}$

*Autour d'une source ponctuelle, les fronts d'onde sont sphériques.*

$$\Psi(r, t) = \frac{A_0}{r} \sin(kr - \omega t)$$

- Ondes planes :

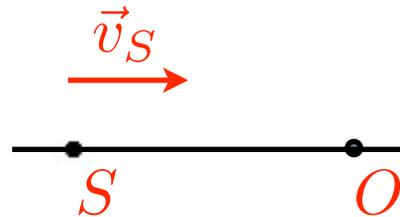


*Loin de la source, les fronts d'onde sont plans.*

$$\Psi(r, t) = A_0 \sin(kr - \omega t)$$

# 5. Effet Doppler

- Deux cas à distinguer : source mobile et observateur mobile.
- **Source mobile** et observateur fixe :



- **contraction** devant S
- **dilatation** derrière S

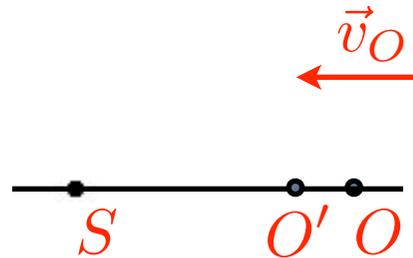
$$\lambda' = \lambda - v_S T = \lambda - \frac{v_S}{f}$$

$$f' = \frac{v}{\lambda'} = \frac{v}{\lambda - v_S/f}$$

*fréquence perçue augmente si S s'approche*  
*fréquence perçue diminue si S s'éloigne*

$$f' = \left( \frac{v}{v \mp v_S} \right) f$$

- Observateur mobile et source fixe :



- fronts équidistants
- vitesses relatives

$$f' = \frac{v'}{\lambda} = \frac{v + v_O}{\lambda}$$

fréquence perçue augmente si O s'approche  
fréquence perçue diminue si O s'éloigne

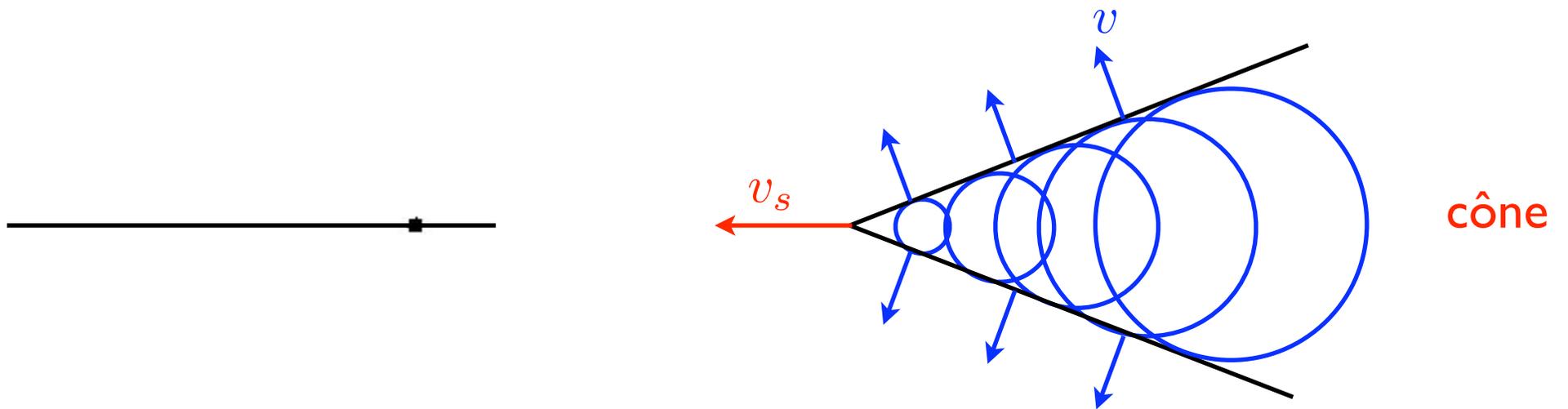
$$f' = \left( \frac{v + v_O}{v} \right) f$$

- Remarque : effet valable pour tout type d'onde.

- Cas général :

$$f' = \left( \frac{v \pm v_O}{v \mp v_S} \right) f$$

- Ondes de choc :  $v_S > v$



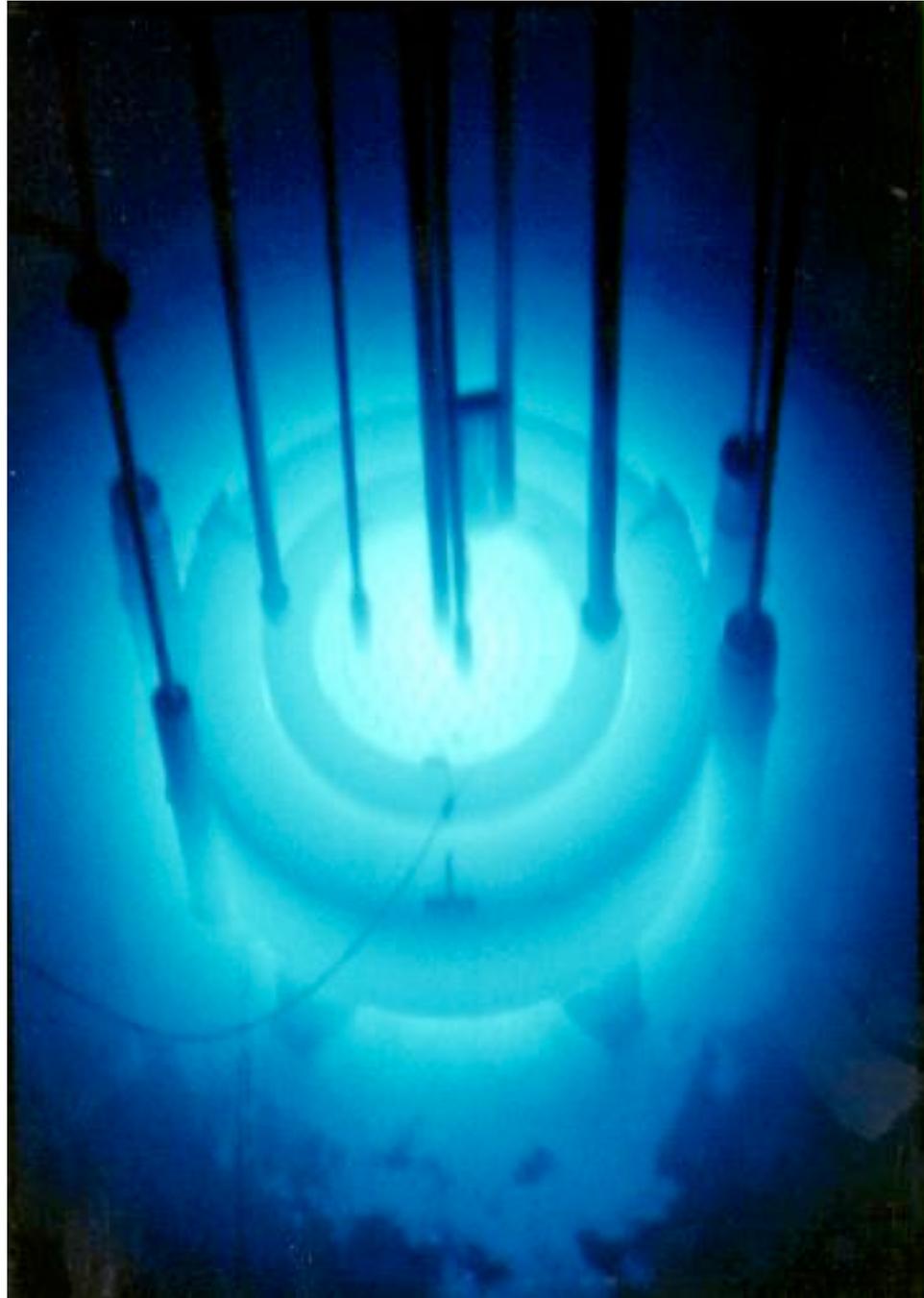
- Le mur du son :



*mur du son :  $v > 1 \text{ mach}$*



- Rayonnement Cerenkov dans les centrales nucléaires



# Chapitre 18 : Ondes stationnaires

# I. Superposition et interférences

- Principe de superposition :

$$y = y_1 + y_2$$

- **Interférences** : 2 ondes identiques dans le même milieu

$$y_1 = A \sin(kx - \omega t)$$

$$y_2 = A \sin(kx - \omega t + \varphi)$$

$$y = y_1 + y_2 = 2A \cos\left(\frac{\varphi}{2}\right) \sin\left(kx - \omega t + \frac{\varphi}{2}\right)$$

- en phase :  $\varphi = 0, 2\pi, 4\pi, \dots$  (interférence constructive)
- en opposition de phase :  $\varphi = \pi, 3\pi, 5\pi, \dots$  (interférence destructive)
- en quadrature :  $\varphi = \frac{\pi}{2}, \frac{3\pi}{2}, \frac{5\pi}{2}, \dots$

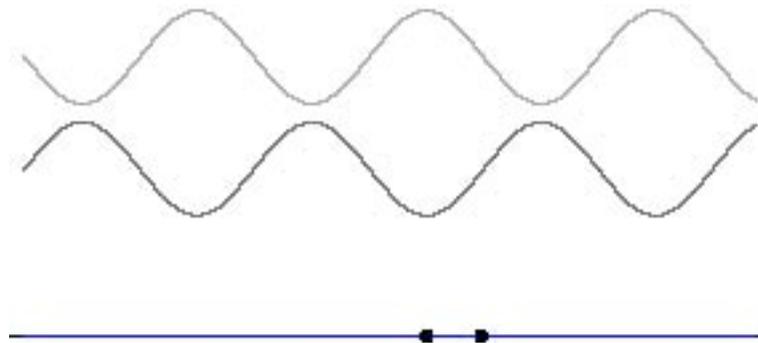


$$\frac{2\pi\Delta x}{\lambda} = \varphi$$

## 2. Ondes stationnaires

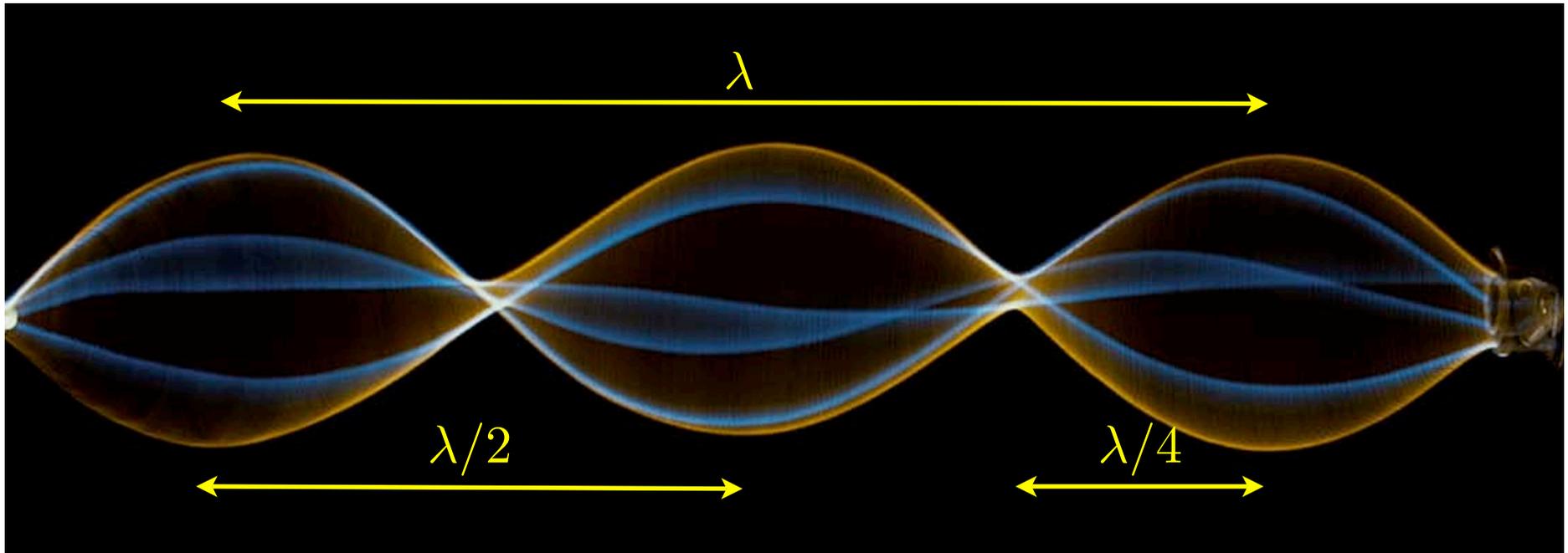
- 2 ondes interfèrent : - même amplitude **mais** sens opposés (réflexion p.ex.)
  - même phase
  - même vitesse

$$\begin{array}{l} y_1 = A \sin(kx - \omega t) \\ y_2 = A \sin(kx + \omega t) \end{array} \left| \longrightarrow \right. \boxed{y = \underbrace{2A \sin(kx)}_{\text{enveloppe}} \underbrace{\cos(\omega t)}_{\text{pulsation}}}$$



- Points particuliers : - **noeud** = pas de mouvement
  - **ventre** = mouvement maximal

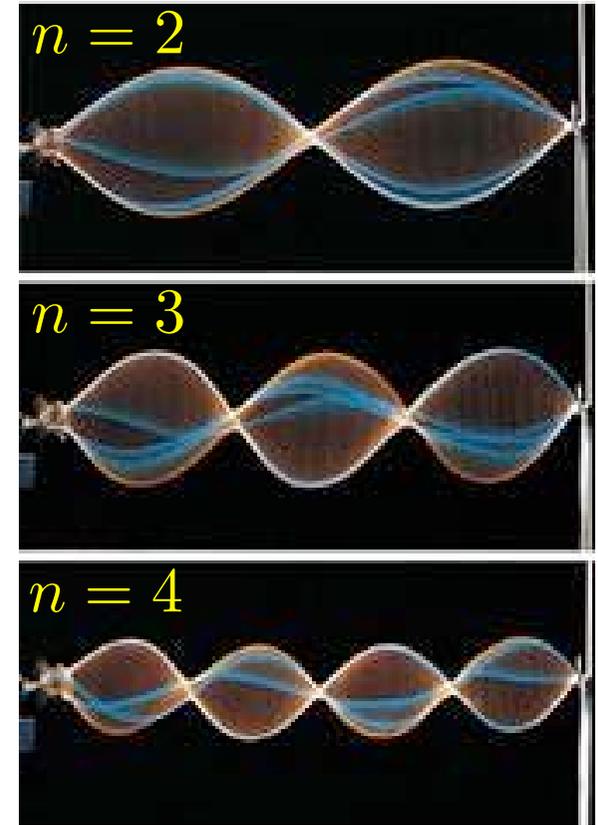
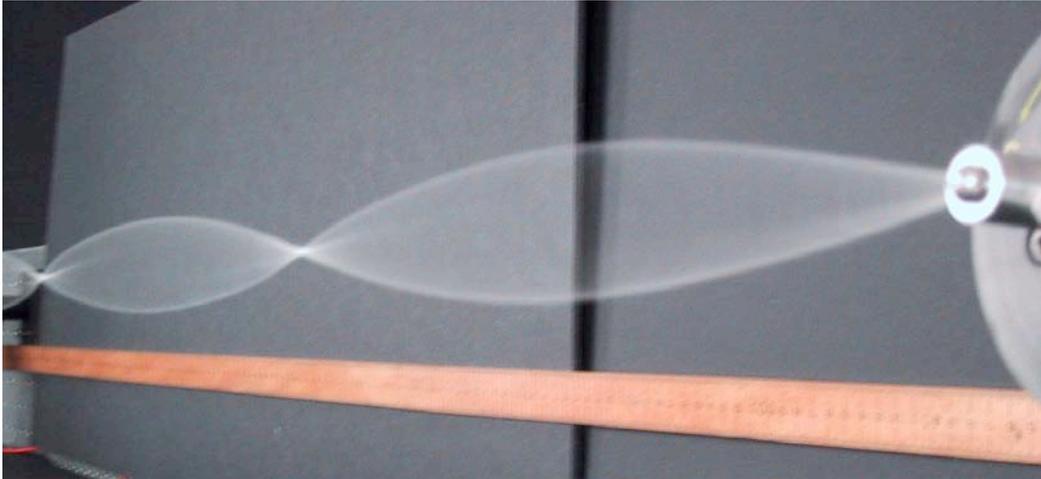
- Distances : - noeuds :  $kx = 0, \pi, 2\pi, \dots \longrightarrow x = 0, \frac{\lambda}{2}, \lambda, \frac{3\lambda}{2}, \dots$
- ventres :  $kx = \frac{\pi}{2}, \frac{3\pi}{2}, \dots \longrightarrow x = \frac{\lambda}{4}, \frac{3\lambda}{4}, \frac{5\lambda}{4}, \dots$



- Point de vue énergie : **un maximum d'énergie est localisée aux ventres.**

# 3. Cordes vibrantes

- Excitation sur une extrémité :



- Si les 2 extrémités sont fixes : elles doivent correspondre à 2 noeuds

condition :  $L = n \frac{\lambda}{2}$        $n = 1, 2, 3, \dots$

longueur d'onde :  $\lambda_n = \frac{2L}{n}$

fréquence :  $f_n = \frac{nv}{2L}$

- Seconde harmonique - Pont en bois :

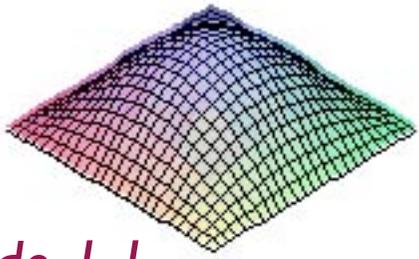


*La seconde harmonique est excitée aux ventres...*

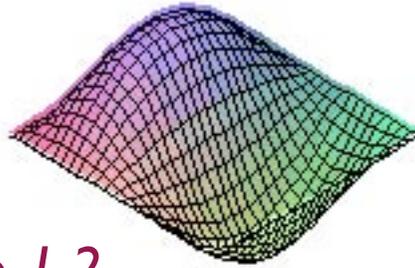
- Première, seconde et troisième harmoniques - bulles :



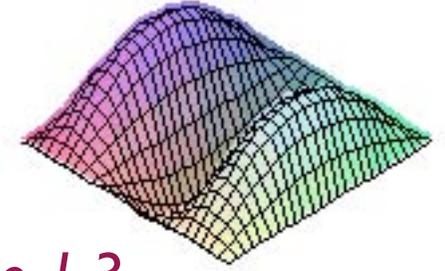
- Membranes : différents modes suivant les axes principaux de la membrane



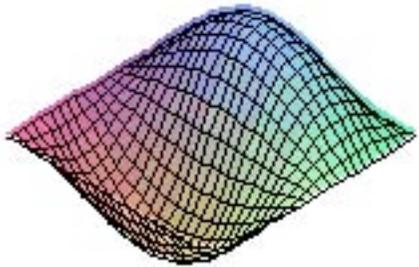
mode 1,1



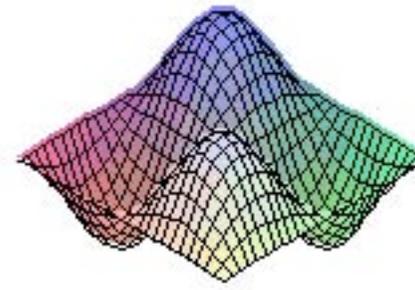
mode 1,2



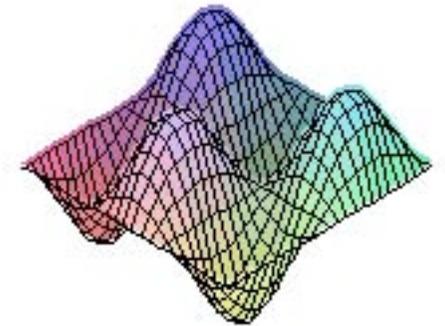
mode 1,3



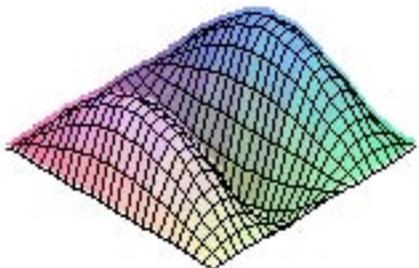
mode 2,1



mode 2,2



mode 2,3



mode 3,1



mode 3,2



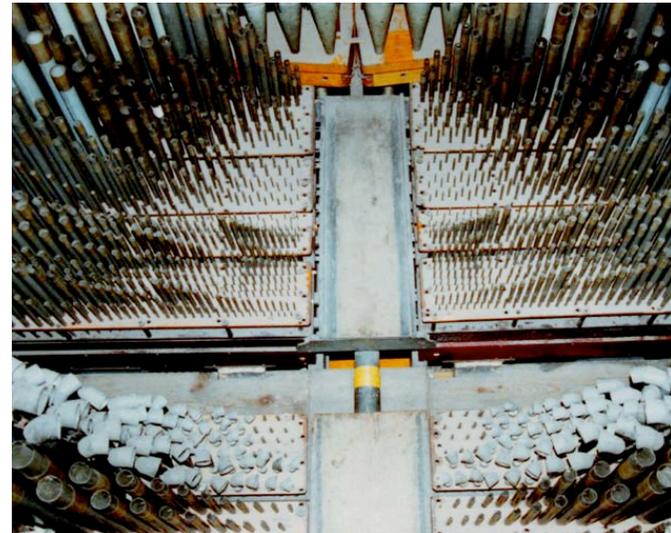
mode 3,3

## 4. Tubes

- Exemples : sifflet, orgues, etc...



*Poudre dans un tube : tube de Kundt*



*Orgues*

- Tube ouvert :

- première harmonique : deux ventres successifs



$$L = \frac{\lambda_1}{2} \quad f_1 = \frac{v}{\lambda_1} = \frac{v}{2L}$$

- fréquences supérieures :



$$f_2 = \frac{v}{\lambda_2} = \frac{v}{L} = 2f_1$$



$$f_3 = \frac{v}{\lambda_3} = \frac{3v}{2L} = 3f_1$$

- loi générale :

$$f_n = n \frac{v}{2L}$$

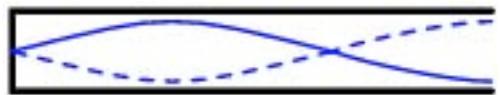
- Tube semi-fermé :

- première harmonique : un noeud suivit d'un ventre



→  $L = \frac{\lambda_1}{4}$  →  $f_1 = \frac{v}{4L}$

- fréquences supérieures : noeud et ventre aux extrémités



→  $L = 3\frac{\lambda_2}{4}$  →  $f_2 = \frac{3v}{4L}$



→  $L = 5\frac{\lambda_3}{4}$  →  $f_3 = \frac{5v}{4L}$

- loi générale :

$$f_n = \frac{(2n - 1)v}{4L}$$

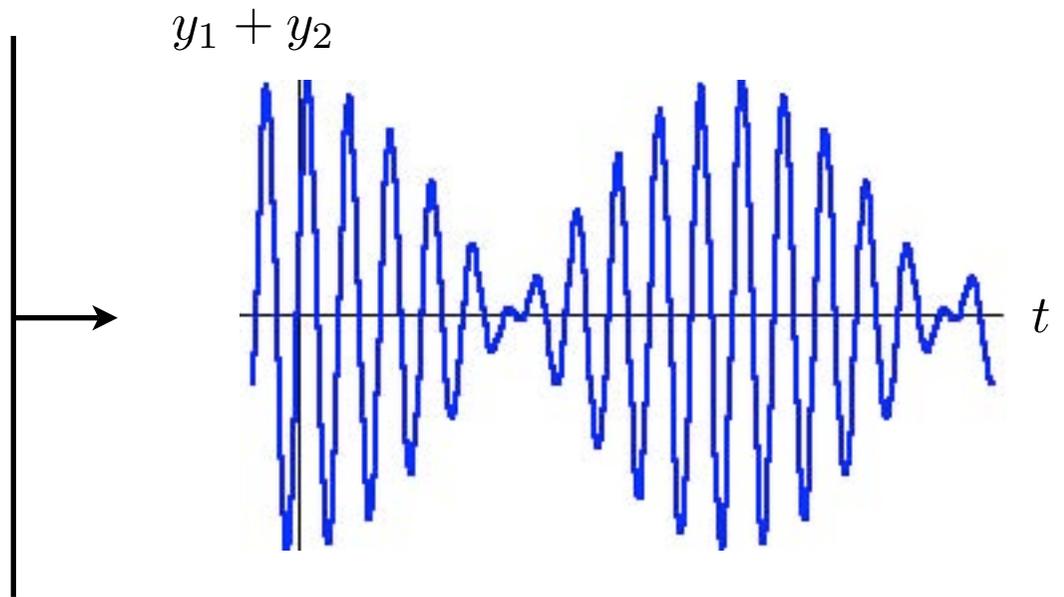
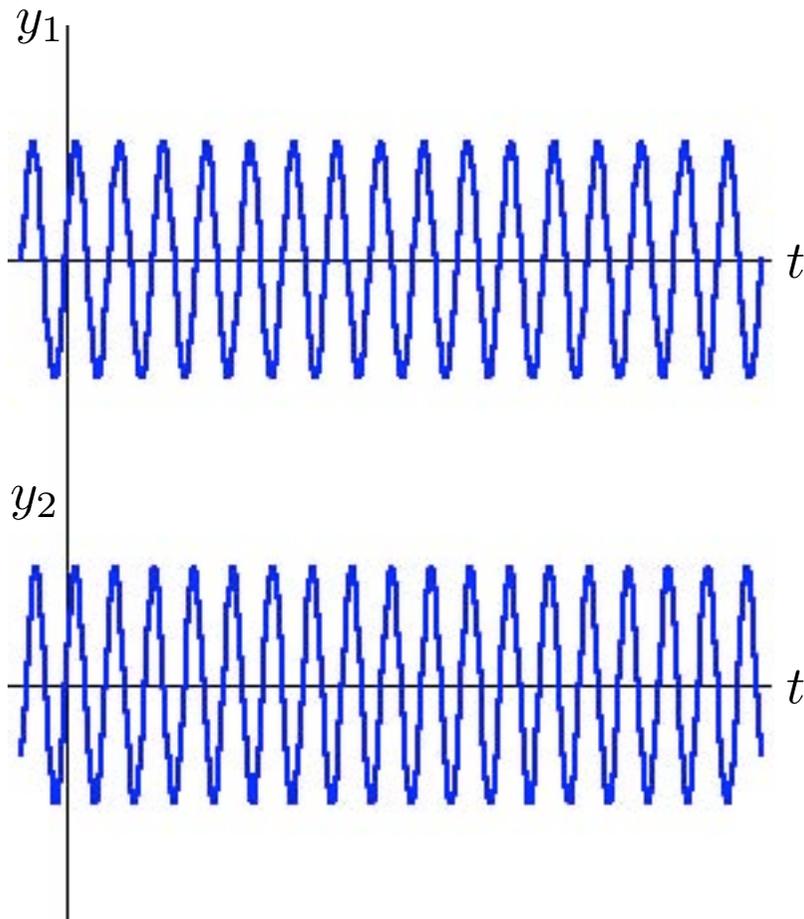
- Note: *Un tube fermé résonnera à une fréquence inférieure au cas ouvert.*

# 5. Battements

- **Définition** : superposition d'ondes de fréquences différentes.

$$\begin{aligned} y_1 &= A \cos(kx - \omega t) \\ y_2 &= A \cos(kx - (\omega + \varepsilon)t) \end{aligned} \quad \left| \rightarrow \quad \boxed{y_1 + y_2 = 2A \cos\left(\frac{\varepsilon t}{2}\right) \cos\left[\left(\omega + \frac{\varepsilon}{2}\right)t\right]} \right.$$

$(x = 0)$



- Diapasons :

